

ЭФФЕКТЫ ПЕРЕСТАНОВОЧНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ДИСКОВОЙ АККРЕЦИИ НА НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ С СИЛЬНЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ

© 2023 г. Д. Д. Лисицин^{1,2*}, Н. И. Шакура¹

¹Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга, МГУ,
Москва, Россия

²Физический факультет, МГУ, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19.09.2023 г.

После доработки ???.?.20?? г.; принята к публикации ???.?.20?? г.

В работе был проведен анализ неустойчивости перестановочного типа на внутреннем крае тонкого диамагнитного аккреционного диска. Модель конфигурации магнитного поля использована из статьи (Али 1980). Было проанализировано модифицированное дисперсионное уравнение перестановочной неустойчивости, которое учитывает кеплеровское вращение диска. В рамках рассмотрения перестановочной неустойчивости авторами был выведен внутренний радиус аккреционного диска. Показано, что внутренний радиус не отличается от альфвеновского радиуса при сферической аккреции с точностью до безразмерного коэффициента, причем коэффициент пропорциональности зависит только от альфа-параметра турбулентности и относительной толщины диска (h/r).

Ключевые слова: нейтронные звезды, аккреция, МГД.

DOI: 10.31857/S...

1. ВВЕДЕНИЕ

В астрофизике аккреции на объекты с сильными магнитными полями важным элементом является взаимодействие поля компактного объекта и падающей ионизованной плазмы. Как правило, магнитные поля при приближении к компактному объекту усиливаются и эти поля необходимо учитывать. Важность этой проблемы была отмечена еще в наблюдательных работах первых рентгеновских космических обсерваторий — UHURU, Эйнштейн и др. (Джиакони и др., 1971, Джиакони и др., 1973, Джиакони и др., 1979).

В системах с магнитными полями и ионизованной плазмой существует много неустойчивостей (см. Кулсруд 2005 и Голдстоун, Резерфорд, 1995). Отметим некоторые (список не исчерпывающий): магнито-ротационная неустойчивость (см. напри-

мер, Лии и др., 2014 и Шакура и др., в печати), неустойчивость Кельвина-Гельмгольца (см. например, Лавлэйс, Романова, Ньюман, 2010), неустойчивость Рэлея-Тейлора (см. например, Блинова, Романова, Лавлэйс, 2016) и перестановочная неустойчивость. Под перестановочной неустойчивостью („flute“ instability) мы понимаем неустойчивость, связанную только с конфигурацией магнитного поля (Франк-Каменецкий 1968 и Трубников 1996), то есть градиентом магнитного поля и изгибом его линий. В теоретических работах, посвященных аккреции на нейтронные звезды с сильными магнитными полями, основное внимание уделяется другим упомянутым неустойчивостям. Мы же сосредоточимся на рассмотрении перестановочной неустойчивости и её физических эффектах в системах с аккреционными дисками.

В данной статье мы рассмотрим дисперсионное соотношение перестановочной неустойчиво-

*Электронный адрес: lisitcin.dd18@physics.msu.ru

сти, учитывающее кеплеровское вращение аккреционного диска. Мы исследуем проявления этого соотношения в системе с тонким диамагнитным аккреционным диском Али (Али 1980). В рамках нашего рассмотрения будет выведен внутренний радиус аккреционного диска.

Работа делится на пять частей: в первой мы подробно рассмотрим модель нашей системы и необходимые предположения для записи уравнений, во второй — дисперсионное соотношение перестановочной неустойчивости, в третьей будет рассмотрена модель магнитного поля, в четвертой мы оценим внутренний радиус диска, а в заключении мы подведем итог нашей работе.

2. МОДЕЛЬ

Опишем модель аккреционного диска вокруг нейтронной звезды с сильным магнитным полем, в рамках которой будем работать. В отдельности опишем ограничения как на модель системы, так и на модель развития неустойчивости.

Допустим, что нейтронная звезда имеет дипольное магнитное поле с моментом $\vec{\mu}$. Диск мы будем считать диамагнитным, то есть предполагаем, что плазма имеет бесконечную проводимость. Следствием этого будет то, что магнитное поле нейтронной звезды не будет проникать внутрь аккреционного диска. Упомянем также, что это предположение не является единственным: в других работах также используются модели диска с проникающим магнитным полем (см. например, Клужняк, Раппапорт, 2007). Для упрощения построений и аналитических выкладок будем считать диск геометрически тонким. Эти два предположения наследуются нами из модели магнитного поля Али (Али 1980), которую мы применим для иллюстрации модели перестановочной неустойчивости. Также для простоты будем предполагать, что совпадают три оси: ось обращения аккреционного диска ($\vec{\Omega}_K(r)$), ось вращения нейтронной звезды ($\vec{\Omega}$) и ось, проходящая через центр нейтронной звезды вдоль вектора магнитного диполя ($\vec{\mu}$). Также предположим, что система обладает осевой симметрией, причем эта ось совпадает с тремя упомянутыми осями. Основные характеристики модели нашей системы представлены на Рисунке 1.

Теперь рассмотрим ограничения на модель развития неустойчивости. Во-первых, мы накладываем все ограничения, которые необходимы, чтобы записать уравнения МГД для нашей систе-

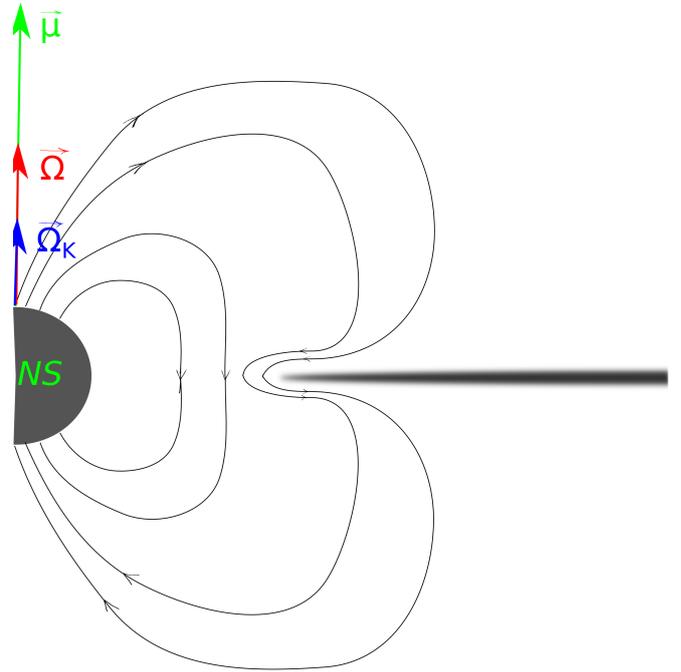


Рис. 1. Иллюстрация модели (см. текст).

мы. Во-вторых, для простоты выводимых выражений мы ограничимся рассмотрением только тех возмущений, размер которых много меньше радиуса, на котором они возникают. В-третьих, мы не будем включать в рассмотрение другие неустойчивости исследуемой системы (см. например, неустойчивость Кельвина-Гельмгольца или магнито-ротационную неустойчивость). Для рассматриваемой нами неустойчивости важно, что магнитное поле выпукло вблизи внутренней границы и нарастает к внутреннему краю по модулю (см. Раздел 4). Это позволит яснее увидеть влияние именно перестановочной неустойчивости на рассматриваемые эффекты.

3. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Для рассмотрения физической причины возникновения перестановочной неустойчивости напишем уравнения, необходимые для вывода дисперсионного соотношения этого вида неустойчивости. Будем работать в цилиндрической системе

координат (r, φ, z) с центром в центре нейтронной звезды и осью, параллельной оси вращения аккреционного диска. Мы будем пользоваться методом малых колебаний (Трубников 1996). Система в равновесии возмущается малыми колебаниями так, что рассматриваемые уравнения могут быть линеаризованы. Из условия существования нетривиальных решений получается дисперсионное уравнение, то есть уравнение вида:

$$\omega = \omega(\vec{k}, \text{параметры системы}).$$

Напишем рассматриваемые уравнения:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} \left([\vec{v} \times \vec{B}] \right), \\ \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla \left(p + \frac{B^2}{8\pi} + \frac{GM_{NS} \cdot \rho}{r} \right) + \\ + \frac{(\vec{B} \nabla) \vec{B}}{4\pi}, \end{cases}$$

где \vec{B} — вектор магнитной индукции в вакууме, \vec{v} — скорость движения плазмы, p — газовое давление плазмы, ρ — плотность плазмы, G — гравитационная постоянная, M_{NS} — масса нейтронной звезды. Первое векторное уравнение является уравнением индукции, а второе векторное уравнение является уравнением движения. Также нам необходимы граничные условия, чтобы рассматривать проводящий диск в состоянии равновесия. Граничные условия:

$$\begin{cases} (\vec{n} \cdot \vec{B})_S = 0 \\ \left\langle p + \frac{B^2}{8\pi} \right\rangle_S = 0, \end{cases}$$

где S — поверхность раздела вакуум-плазма, \vec{n} — вектор нормали к поверхности S , направленный в сторону вакуума, угловыми скобками обозначен скачок величины при пересечении поверхности. Первое граничное условие следует из сохранения нормальной компоненты магнитного поля, а второе — отсутствием скачка полного давления при переходе границы плазма-вакуум. Угловыми скобками мы обозначаем скачок величины при пересечении поверхности. Также необходимо упомянуть уравнение адиабатичности потока:

$$\frac{ds}{dt} = 0,$$

где s — удельная энтропия. Уравнение $\text{div} \vec{B} = 0$ в случае линеаризованной системы является избыточным, поскольку включается в первые два

уравнения. Мы представляем общее решение системы уравнений в виде суммы постоянного решения (\vec{B}_0 и $[\vec{\Omega}_K \times \vec{r}]$) и малых возмущений неизвестных величин (\vec{B}' и \vec{v}'):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

$$\vec{v} = [\vec{\Omega}_K \times \vec{r}] + \vec{v}',$$

где $\Omega_K = \sqrt{\frac{GM_{NS}}{r^3}}$ — кеплеровская угловая скорость. Возмущения скорости и магнитного поля будут иметь вид:

$$\vec{A} = \vec{A}_0(r) \exp i(k_r r + m\varphi + k_z z - \omega t).$$

Волновой вектор возмущений в цилиндрической системе координат будет выражаться следующим образом:

$$\vec{k} = \left(k_r, \frac{m}{r}, k_z \right),$$

где r — радиус, на котором происходит возмущение. Понятно, что если дисперсионное соотношение допускает наличие частот с отрицательной мнимой частью, то возмущение со временем накопится и приведет к фрагментации диска.

Ранее было показано, что без учета гравитационного поля и кеплеровского движения вещества, дисперсионное соотношение получится в виде (Трубников 1996):

$$\omega^2 = (\vec{k} \cdot \vec{c}_A)^2 + \frac{|\vec{k}|}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{n}} \left(\frac{\vec{B}^2}{8\pi} \right), \quad (1)$$

где $\vec{c}_A = \frac{\vec{B}_e}{\sqrt{4\pi\rho}}$.

С учетом кеплеровского движения вещества дисперсионное соотношение усложняется:

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 + (\vec{k} \cdot \vec{c}_A)^2 + \frac{|\vec{k}|}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{n}} \left(\frac{\vec{B}^2}{8\pi} \right), \quad (2)$$

где Ω — угловая скорость вращения диска, $\kappa^2 = \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} (\Omega^2 r^4)$ — квадрат эпициклической частоты. В случае кеплеровского вращения диска: $\kappa = \Omega = \Omega_K$.

Отметим, что присутствие кеплеровской угловой скорости в правой части уравнения стабилизирует возникновение неустойчивости. Также препятствовать возникновению неустойчивости будет второй член в правой части уравнения,

который отвечает за стабилизацию за счёт упругости силовых линий магнитного поля.

Поскольку возмущения в среде возникают с любым волновым числом \vec{k} , то из нашего уравнения нам нужны те значения \vec{k} , которые приведут к развитию неустойчивости быстрее всего. Для такой ситуации нам необходимо, чтобы волновой вектор возмущений был перпендикулярен магнитным силовым линиям (в таком случае второй положительный член в правой части будет равен нулю для введённых возмущений, но не для возмущения системы), а также чтобы градиент давления магнитного поля был направлен к поверхности раздела вакуум-плазма (третий член в правой части будет максимален по модулю и отрицательным). В случае выпуклой наружу конфигурации магнитного поля второе условие выполнено автоматически (см. Рисунок 2). Первое условие в случае соосной системы будет выполнено, когда возмущение распространяется вдоль азимутального направления:

$$\vec{k} = \left(0, \frac{m}{r}, 0\right).$$

Развитие неустойчивости приводит к появлению «желобков» на внутреннем крае диска вдоль азимутального направления (по φ -координате, см. Рисунок 3). В этом случае инкремент развития неустойчивости (модуль мнимой части частоты) будет равен:

$$\gamma = \sqrt{\frac{k}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{B^2}{8\pi} \right)} \quad (3)$$

Необходимо проанализировать уравнение 2 для описанных неустойчивостей, так как в уравнении присутствует два положительных члена, которые отвечают за подавление возникающих азимутальных неустойчивостей. Обсуждение этого вопроса отложим до раздела 5.

4. МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Применим полученный инкремент развития неустойчивости к конкретному решению для магнитного поля с бесконечно тонким диамагнитным диском (Али 1980). Но перед этим кратко обсудим характерные особенности модели магнитного поля.

Первая особенность состоит в том, что на внутреннем крае диска происходит усиление диполь-

ного поля (Липунов, Шакура, 1980):

$$\vec{B} \approx \vec{B}_d \cdot \left(\frac{r_{\text{in}}}{h} \right)^{1/2},$$

где h — толщина диска, \vec{B}_d — дипольное поле нейтронной звезды при отсутствии аккреционного диска, r_{in} — внутренний радиус диска. На экваторе вблизи внутреннего края диска усиление дипольного поля наибольшее. Предположим, что и производная давления магнитного поля на внутреннем крае диска максимальна, то есть возникновение неустойчивости наиболее вероятно на внутреннем крае диска.

Второй характерной особенностью этой модели является наличие нейтральных точек на диске — мест, где магнитное поле равно нулю (см. Рисунок 4). Эти нейтральные точки могут стать источником истечения из диска в виде двух отдельных «фонтанчиков» при определенных условиях.

На экваторе вблизи внутреннего радиуса диска в соосной системе (мы отступим от внутреннего радиуса диска на расстояние h , чтобы учесть толщину диска) ненулевой будет только z -компонента магнитного поля:

$$B_z = \frac{2\mu}{\pi r^3} \left[\arctg \left(\frac{r_{\text{in}}^2}{r^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{r}{(r_{\text{in}}^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}} \left(1 + \frac{r^2}{r_{\text{in}}^2} \right) \right]$$

Радиальная производная давления магнитного поля в главной асимптотике по параметру $\frac{r_{\text{in}}}{h}$:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\vec{B}^2}{8\pi} \right) \approx \frac{\mu^2}{\pi^3 r_{\text{in}}^7} \cdot \left(\frac{r_{\text{in}}}{h} \right)^2 \quad (4)$$

5. ВНУТРЕННИЙ РАДИУС НЕФРАГМЕНТИРОВАННОГО ДИСКА

Внутренний радиус диска мы найдем из условия равенства характерной скорости распространения неустойчивости и радиальной скорости вещества на внутреннем крае диска:

$$v_{\text{ins}} = v_r. \quad (5)$$

Это будет отражать тот факт, что радиальные движения вещества в диске не могут стабилизировать неустойчивость.

Обсудим ограничения, необходимые для возникновения неустойчивостей. С учетом конечной

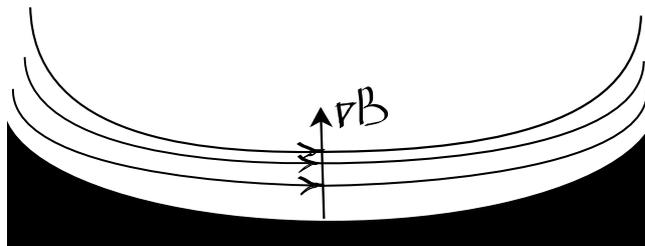
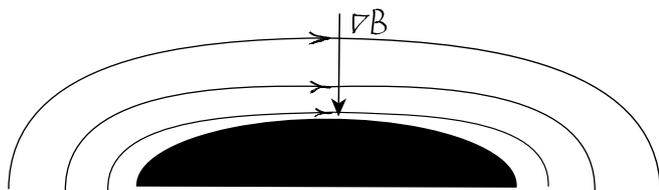


Рис. 2. Иллюстрация к случаям перестановочной неустойчивости (Трубников 1996). Слева неустойчивый случай, справа устойчивый.



Рис. 3. Картина развития неустойчивости вдоль φ -координаты (см. текст)

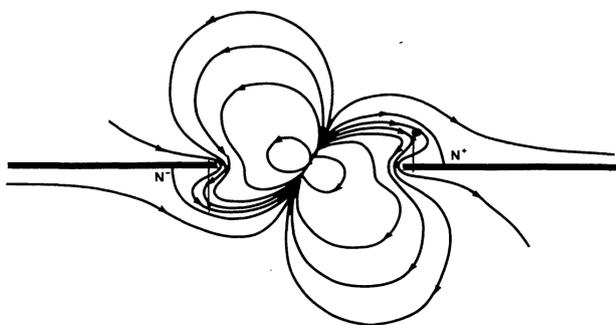


Рис. 4. Иллюстрация модели магнитного поля для общего случая наклонного диполя (см. текст). Картинка взята из работы Али (Али 1980)

толщины диска «желобки» по z -координате переходят в «желобки» по r -координате, амплитуда которых быстро убывает с удалением от внутреннего края диска. Скорость распространения неустойчивости на внутреннем крае диска будет иметь вид:

$$v_{\text{ins}} = \gamma/k. \quad (6)$$

Радиальная скорость на внутреннем крае будет равна просто турбулентной скорости, поскольку вблизи внутреннего края вещество выходит из диска и не возвращается в диск.

$$v_r \approx \alpha^{1/2} \cdot c_s, \quad (7)$$

где c_s — скорость звука в плазме, α — параметр турбулентности Шакура-Сюняева (Шакура, Сюняев, 1973). Предположим, что возмущения происходят в основном на моде порядка толщины диска:

$$k = \frac{2\pi}{h}, \quad (8)$$

а темп аккреции

$$\dot{M} = 2\pi h r_{\text{in}} \rho v_r \quad (9)$$

. Из формулы равновесия гравитационных сил и сил газового давления вдоль z -координаты на внутреннем радиусе можно получить

$$c_s = \frac{h}{r_{\text{in}}} \sqrt{\frac{GM_{\text{NS}}}{r}}. \quad (10)$$

Используя уравнение (5) и подставив в него выражения (3), (4), (6), (7), (8), (9), (10), мы получим оценку для внутреннего радиуса диска:

$$r_{\text{in}} = \left(\frac{1}{\pi^3 \alpha^{1/2} (h/r_{\text{in}})} \right)^{2/7} \left(\frac{\mu^2}{\dot{M} \sqrt{GM_{\text{NS}}}} \right)^{2/7} \quad (11)$$

Таким образом, внутренний радиус нефрагментированного диска совпадает с альфвеновским радиусом с точностью до безразмерных констант в случае квазисферической аккреции (см. например, Шакура 2016). Коэффициент пропорциональности слабо зависит от безразмерных величин α и h/r .

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, взяв конкретную модель поля для тонкого диамагнитного диска, мы получили внутренний радиус нефрагментированного (устойчивого) диска. Внутренний радиус устойчивого диска совпадает с внутренним радиусом, а зависимость от безразмерных параметров диска (относительной толщины диска и α -параметра) является слабой.

Авторы выражают благодарность Алексею Кузину и Марине Афоной за дискуссию.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ (грант № 21-12-00141).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Али (J.J. Aly), *Astron. Astrophys.* **86**, 192 (1980).
2. Блинова, Романова, Лавлэйс (A.A. Blinova, M.M. Romanova, R.V.E. Lovelace), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **459**, 2354 (2016).
3. Голдстоун, Резерфорд (R.J. Goldstone and P.H. Rutherford), *Introduction to Plasma Physics* (New York: CRC Press, 1995), p. 331
4. Джакони и др. (Giacconi et al.), *Astrophys. J.* **167**, L67 (1971).
5. Джакони и др. (Giacconi et al.), *Astrophys. J.* **184**, 227 (1973).
6. Джакони и др. (Giacconi et al.), *Astrophys. J.* **230**, 540 (1979).
7. Клузняка, Раппапорт (W. Kluźniak and S. Rappaport) *Astron. J.* **671**, 1992 (2007)
8. Кулсруд (R. M. Kulsrud), *Plasma physics for astrophysics* (Princeton University Press, 2005), p. 171
9. Лавлэйс, Романова, Ньюман (R.V.E. Lovelace, M.M. Romanova, W.I. Newman), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **402**, 2575 (2010).
10. Лии и др. (P.S. Lii et al.), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **441**, 86 (2014).
11. Липунов, Шакура (V.M. Lipunov and N.I. Shakura) *Sov. Astron. Lett.* **6**, 14 (1980).
12. Трубников Б.А., *Теория плазмы: Учеб. пособие для вузов* (М.: Энергоатомиздат, 1996), с. 204.
13. Франк-Каменецкий Д.А., *Лекции по физике плазмы* (М.: Атомиздат, 1968).
14. Шакура Н.И. (ред.), *Аккреционные процессы в астрофизике* (М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016), с. 331.
15. Шакура Н.И., Постнов К.А., Колесников Д.А., Липунова Г.В., *Успехи физических наук*, принята к публикации
16. Шакура, Сюняев (N.I. Shakura and R.A. Sunyaev) *Astron. Astrophys.* **24**, 337 (1973).