

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования «Московский
Государственный Университет имени М. В. Ломоносова»
Физический факультет
Кафедра астрофизики и звездной астрономии

Моделирование рентгеновских вспышек при
аккреции на нейтронные звёзды с наклонённой
магнитной осью

Modeling X-ray outbursts during accretion onto
neutron stars with oblique magnetic axes

Курсовая работа студента 432 группы Д. Д. Лисицина

Научный руководитель: Г.В. Липунова

Москва - 2022

Содержание

1	Введение	3
2	Модель взаимодействия крупномасштабного магнитного поля с аккреционным диском	6
2.1	Модель магнитного поля и конфигурация системы	6
2.2	Модель переноса момента импульса	7
2.3	Внутренний радиус диска	9
2.4	Светимость диска из-за вязкого нагрева	10
2.5	Изменение периода вращения нейтронной звезды	11
3	Описание модели эволюции диска и кода Freddi	12
4	Результаты	14
4.1	Aql X-1	14
4.2	A0535+262	20
5	Выводы	25
6	Благодарности	25
	Список используемой литературы	26

1 Введение

Астрофизические рентгеновские источники — это астрономические объекты, физические процессы в которых приводят к излучению в рентгеновском диапазоне. За исключением некоторых объектов (газ в центрах галактических скоплений, остатки сверхновых, вспышки на поверхности звёзд), рентгеновское излучение наблюдается в системах с компактными объектами: белыми карликами, нейтронными звёздами и чёрными дырами. Мы сосредоточились на изучении рентгеновских двойных — двойных, где компактными объектами являются нейтронные звёзды и чёрные дыры.

Маломассивная рентгеновская двойная (ММРД) — это двойная гравитационно связанная система, в которой один из компонентов является нейтронной звездой или чёрной дырой, а другой — маломассивной звездой, заполнившей полость Роша. Вещество маломассивной звезды перетекает через внутреннюю точку Лагранжа и формирует аккреционный диск из-за того, что вещество имеет значительный момент импульса (см. раздел 3 в Spruit, Н. С. (2010) [1]). Схематическое изображение аккреционного диска в маломассивной двойной приведено на Рис. 1.

Перетекание вещества через полость Роша не единственный источник массы для аккреции. Такими источниками являются интенсивный звёздный ветер от звёзд с большими массами, аккреционный диск звезды компаньона (Ве-звёзды). В ряде случаев аккреция в таких системах может идти через аккреционный диск. К таким системам модель, рассмотренная в данной работе, тоже применима.

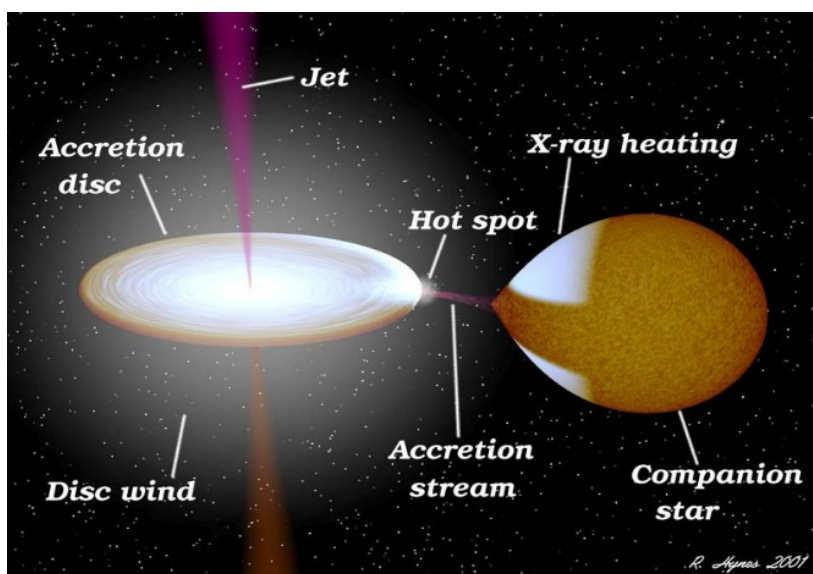


Рис. 1: Маломассивная рентгеновская двойная система

Для того, чтобы аккреция в диске стала возможна, необходим источник потери момента импульса вещества диска. Такими источниками являются вязкое взаимодействие радиальных слоёв диска и взаимодействие вещества с магнитным полем. Причём турбулентное магнитное поле играет ключевую роль в возникновении и поддержании турбулентной магнитогидродинамической (МГД) вязкости, которая может объяснить наблюдаемые параметры аккреционных дисков. Предположение о молекулярном механизме вязкости приводит к большим расхождениям между предсказанными и наблюдаемыми параметрами — например, светимостью и темпом аккреции. Причиной возникновения турбулентности считается магниторотационная неустойчивость (Balbus and Hawley (1991) [2]).

Поскольку проблема турбулентности до сих пор не решена, получить детальную и строго обоснованную модель аккреционного диска не представляется возможным. Удачное предполо-

ложение о структуре вязких напряжений, характеризующих темп передачи момента импульса, было сделано в стандартной модели дисковой аккреции Шакуры-Сюняева (Shakura and Sunyaev (1973) [3]). В этой работе был введён безразмерный параметр $\alpha < 1$, который скрывал в себе все неизвестные, стоящие за МГД-турбулентностью, что позволило получить аналитические решения в задаче дисковой аккреции. Чем ближе α к единице, тем сильнее развита турбулентность и тем больше эффективная вязкость, обеспечивающая аккрецию.

В работе было решено сосредоточиться на аккреции на нейтронные звезды. Важной характеристикой нейтронной звезды является её магнитное поле, взаимодействие которого с веществом диска значительно влияет на процесс аккреции, так как вещество в аккреционных дисках ионизовано, а поэтому магнитное поле “вморожено” в вещество (если оно проникает в диск), что приводит к появлению наведённого магнитного поля. Если говорить конкретнее, то крупномасштабное магнитное поле нейтронной звезды влияет на внутренний радиус диска, даёт вклад в давление. Первые работы, учитывающие влияния меняющихся магнитных полей на аккреционные диски и периоды нейтронных звёзд, были проделаны Гошем, Лэмбом и Пефиком (Ghosh, Lamb, Pethick (1977) [4]; Ghosh and Lamb (1979a) [5]; Ghosh and Lamb (1979b) [6]). В дальнейшем взгляд на аккрецию в присутствии сильных магнитных полей изменился из-за того, что в параметризации Гоша и Лэмба диск на больших радиусах разрушался бы магнитным полем, так как они не учитывали зависимость коэффициента усиления от магнитного поля (критика Гоша и Лэмба — Wang (1987) [7]). Затем была предложена аналитическая, простая и физически правдоподобная параметризация наведённого магнитного поля в случае соосных магнитного поля, оси вращения нейтронной звезды и диска (Campbell (1992) [8]; Wang (1995) [9]). В последующих работах параметризация была обобщена на случай наклонения магнитного поля к всё ещё соосным осям вращения нейтронной звезды и аккреционного диска (Wang (1997) [10]; Bozzo et al (2018) [11]).

Существует две точки зрения на взаимодействие магнитного поля и аккреционного диска: диамагнитный диск и диск, в который частично проникает магнитное поле. Диамагнитный диск, как предполагается, выталкивает магнитное поле и проявляются эффекты давления: на внутреннем радиусе диска приближённо выполняются равенства давления магнитного поля, “обжимающего” диск, и вещества аккреционного диска (Aly (1980) [12]; Lipunov and Shakura (1980) [13]). При частичном проникновении магнитного поля в диск появляется наведённое тороидальное поле, которое приводит к появлению момента сил, действующих на аккреционный диск (Rappaport, Fregeau, Spruit (2004) [14]; Kluźniak and Rappaport (2007) [15]). Отметим, что модель Гоша и Лэмба относится к типу с проникающим магнитным полем.

Ранее упомянутые работы описывали стационарные ситуации, но для анализа вспышек необходимо исследовать процесс в динамике. В наиболее универсальном случае лучше построить численную схему для исследования эволюции вязких аккреционных дисков в большом диапазоне параметров. Численная схема была реализована в коде FREDDI, разработанным Маланчевым и Липуновой (Malanchev and Lipunova (2016) [16]). Этот код был использован для анализа кривых блеска при аккреции на чёрную дыру для определения параметров α и коэффициентов самооблучения диска C_{irr} (Lipunova and Malanchev (2017) [17]). В дальнейшем этот код был усовершенствован для анализа кривых блеска при аккреции на нейтронную звезду при рассмотрении той части диска, воздействие на которую магнитных моментов сил несущественно (Lipunova et al (2022) [18]).

В данной работе мы, следуя статье Клужняка и Раппапорта [15] и статье Боззо [11], получаем выражения для моментов сил, связанных с проникновением магнитного поля в случае наклонного магнитного поля и совмещённых осей вращения нейтронной звезды и аккреционного диска. Это затем позволяет нам включить эти выражения в ранее упомянутый код FREDDI, чтобы изучить эволюцию и получить наблюдательные параметры (кривые блеска и производная частоты вращения нейтронной звезды) для качественного сравнения с наблюдениями. А именно: получено сравнение кривой блеска рентгеновской светимости системы Aql X-1 и графика производной частоты системы A0535+262. Получено удовлетворительное соответствие наблюдательных данных и рассчитанных моделей.

2 Модель взаимодействия крупномасштабного магнитного поля с аккреционным диском

2.1 Модель магнитного поля и конфигурация системы

Как было отмечено во введении, мы будем рассматривать систему вращающейся нейтронной звезды и аккреционного диска. Будем предполагать, что регулярное магнитное поле нейтронной звезды является дипольным. Таким образом мы имеем три оси, определяющих конфигурацию нашей системы: ось вращения нейтронной звезды, ось магнитного диполя и ось вращения диска. Мы исследуем следующую конфигурацию: ось вращения диска совпадает с осью вращения нейтронной звезды (будем называть их оси вращения), а ось магнитного диполя наклонена к осям вращения на угол χ . Предположение о совпадении осей вращения можно оправдать тем, что по современным представлениям в системах ММРД момент вращения нейтронной звезды преобразуется из момента вращения аккреционного диска (recycle scenario — Bhattacharya and van den Heuvel (1991) [19]). Введём также цилиндрическую систему координат с центром в центре звезды и осью z , проходящей через оси вращения.

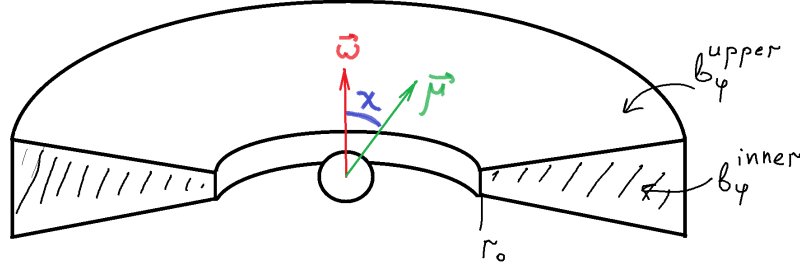


Рис. 2: Схематическое изображение конфигурации описываемой в тексте системы. $\vec{\mu}$ — магнитный дипольный момент системы, $\vec{\omega}$ — совмещённая ось вращения нейтронной звезды и аккреционного диска, χ — наклонение магнитного диполя. r_0 — внутренний радиус диска (о его определении см. раздел 2.3). b_ϕ^{upper} и b_ϕ^{inner} суть генерирующиеся торoidalные компоненты магнитного поля (см. ниже).

В такой системе координат магнитное поле будет иметь следующий вид (см. работу Ванга 1997 [10]):

$$\vec{B} = \begin{cases} B_r = -\eta \frac{\mu}{r^3} \sin \chi \cos \varphi \\ B_\varphi = \eta \frac{\mu}{r^3} \sin \chi \sin \varphi + b_\varphi, \\ B_z = -\eta \frac{\mu}{r^3} \cos \chi \end{cases} \quad (2.1)$$

где η — коэффициент экранировки магнитного поля, связанный с тем, что в ионизованном диске наводятся экранирующие электрические токи, которые частично не пропускают внешнее крупномасштабное магнитодипольное поле, φ — угол, отслеживающий вращение магнитного диполя. Согласно статье Гоша и Лэмба [4] $\eta = 0.1$, нами принималось значение $\eta = 0.2$. Поле b_φ — это дополнительное магнитное поле, возникающее из-за того, что внешнее магнитное поле увлекается веществом, что приводит к генерации магнитного поля за счёт динамо-эффекта, который возникает из-за различия угловой скорости аккреционного диска и угловой скорости твердотельного вращения внешнего магнитного поля. Причина дифференциального вращения состоит в том, что магнитодипольное поле вращается с постоянной угловой скоростью вращения нейтронной звезды ω_s , а аккреционный диск движется с кеплеровской скоростью Ω . Таким

образом используем простое, физически правдоподобное выражение для генерирующегося магнитного поля b_ϕ (предложено Вангом 1997 [10]):

$$b_\phi = \begin{cases} -\Gamma \left(\frac{\Omega}{\omega_s} - 1 \right) B_z & \text{(upper)} \\ \Gamma \left(\frac{\Omega}{\omega_s} - 1 \right) B_r & \text{(inner)}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Коэффициент Γ , связан с альфа-параметром Шакуры-Сюняева следующим образом (Wang (1995) [9]):

$$\Gamma = \frac{\gamma}{\alpha}, \quad (2.3)$$

где γ — коэффициент динамо усиления из статьи Гоша и Лэмба [4]. Как и в их статье, нами принималось значение $\gamma = 1$.

Причём b_ϕ^{inner} генерируется во всём объёме диска, а b_ϕ^{upper} генерируется на верхней и нижней поверхности аккреционного диска. Предлагаются также и другие параметризации (см. статью Ванга 1995 [9]), но их изменение не вносит существенных отличий в результирующие формулы, поэтому для целей нашей работы мы будем пользоваться одной выбранной параметризацией.

Также необходимо упомянуть, что диск в зоне, где происходит взаимодействие с магнитным полем, для упрощения мы считаем с постоянной относительной толщиной много меньше единицы:

$$\frac{h}{r}(r) = \text{const} \ll 1. \quad (2.4)$$

2.2 Модель переноса момента импульса

Запишем для начала уравнение Навье-Стокса для нашего случая (с учётом магнитных сил):

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} = \vec{f}_p + \vec{f}_l + \vec{f}_g + \rho \vec{N}, \quad (2.5)$$

где

$$\vec{f}_p = -\nabla P \text{ — плотность силы газового давления,}$$

$$\vec{f}_l = \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}] \text{ — плотность силы Лоренца (из уравнения Максвелла } \vec{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot} \vec{B}),$$

$$\vec{f}_g = -\rho \nabla \Phi \text{ — плотность силы гравитационного притяжения, } \Phi = \frac{GM_s}{\sqrt{r^2 + z^2}},$$

$$\vec{f}_p = \rho \vec{N} \text{ — плотность силы вязкого трения.}$$

Для получения уравнения переноса момента импульса умножим левую и правую часть на вектор \vec{e}_φ :

$$\rho \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) v_\varphi + \frac{v_\varphi v_r}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{(\vec{B} \nabla) B_\varphi}{4\pi} + \frac{B_r B_\varphi}{4\pi r} + \rho N_\varphi.$$

Будем рассматривать стационарное состояние, без вертикального истечения и зависимости скорости от угла φ . Умножим левую и правую часть на r^2 и распишем выражение для вязкой и магнитной части:

$$\rho v_r r \frac{\partial}{\partial r} (r v_\varphi) = \frac{\partial}{\partial r} (r^2 w_{r\varphi}) - r \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(P + \frac{B^2 - B_\varphi^2}{8\pi} \right) + \frac{r}{4\pi} B_r \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 1 \right) B_\varphi + r^2 \frac{B_z}{4\pi} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}.$$

Проинтегрируем уравнение по координате z (h — полуширина диска на данном радиусе) и используем выражение для темпа аккреции и проинтегрированного тензора вязких напряжений:

$$-\frac{\dot{M}}{2\pi} = \int_{-h}^h \rho v_r r dz,$$

$$W_{r\varphi} = \int_{-h}^h w_{r\varphi} dz,$$

$$-\frac{\dot{M}}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega) = \frac{\partial}{\partial r} (r^2 W_{r\varphi}) - 2hr \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(P + \frac{B^2 - B_\varphi^2}{8\pi} \right) + \frac{hr}{2\pi} B_r \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 1 \right) B_\varphi + r^2 \frac{B_z}{4\pi} B_\varphi \Big|_{-h}^h.$$

В этом выражении мы воспользовались тем, что компоненты \vec{B} слабо зависят от z вблизи $z = 0$. Наконец, усредним выражение по углу:

$$-\dot{M} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega) = 2\pi \frac{\partial}{\partial r} (r^2 W_{r\varphi}) + \frac{h}{r} \left\langle B_r \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 1 \right) b_\varphi \right\rangle_\varphi + r^2 \langle B_z b_\varphi^{\text{upper}} \rangle_\varphi. \quad (2.6)$$

Напомним, как выглядит это выражение без магнитного поля и в случае, если угловая скорость Ω является кеплеровской:

$$\Omega r^2 = \sqrt{\frac{GM_s}{r^3}} r^2 = \sqrt{GM_s r} \equiv h,$$

$$\dot{M} = \frac{\partial F_{\text{vis}}}{\partial h}, \quad \text{где } F_{\text{vis}} \equiv -2\pi r^2 W_{r\varphi}. \quad (2.7)$$

Для дальнейшего анализа имеет смысл записать уравнение (2.6) в форме (2.7). Из уравнения (2.6) видим:

$$\dot{M} = \frac{\partial F_{\text{vis}}}{\partial h} + \frac{\partial F_{\text{mag}}}{\partial h}, \quad (2.8)$$

$$\text{где } F_{\text{mag}} = - \int \left(\frac{h}{r} \left\langle B_r \left(r \frac{\partial}{\partial r} + 1 \right) b_\varphi^{\text{inner}} \right\rangle_\varphi + r^2 \langle B_z b_\varphi^{\text{upper}} \rangle_\varphi \right) dr.$$

Проинтегрировав, получим:

$$F_{\text{mag}} = \underbrace{\Gamma \eta^2 \frac{\mu^2}{9} \cos^2 \chi \left(\frac{3}{r^3} - 2 \frac{r_c^{3/2}}{r^{9/2}} \right)}_{b_\varphi^{\text{upper}}} + 2 \Gamma \eta^2 \frac{\mu^2}{9} \frac{h(r)}{r} \sin^2 \chi \underbrace{\left(\frac{12}{r^3} - 11 \frac{r_c^{3/2}}{r^{9/2}} \right)}_{b_\varphi^{\text{inner}}}. \quad (2.9)$$

Здесь использовано выражение для радиуса коротации — радиуса, на котором кеплеровская угловая скорость сравнивается с угловой скоростью звезды:

$$r_c = \left(\frac{GM_s}{\omega_s^2} \right)^{1/3}.$$

Отметим дополнительно, что свободные параметры нашей модели η и Γ встречаются в наших формулах только в комбинации $\Gamma \eta^2$. Приняв значение $\alpha = 0.29$ и воспользовавшись формулой (2.3), получим принятое значение комбинации: $\Gamma \eta^2 = 0.138$.

Выражение F_{mag} и его производные, следующие из формулы (2.9), были включены в код (см. раздел 3).

2.3 Внутренний радиус диска

Поскольку магнитное поле растёт с приближением к нейтронной звезде, то угловая скорость аккреционного диска за счёт всё большей вмороженности должна асимптотически стремиться к угловой скорости нейтронной звезды (в предположении, что гипотетический диск не разрушается на этом расстоянии магнитным полем). Клужняк и Раппапорт (2007) [15] исследовали зависимость угловой скорости аккреционного диска внутри радиуса коротации. Для разделения эффектов вязкого трения и отклонения угловой скорости от кеплеровской авторы разделили диск на две части — вязкий диск ($W_{r\phi} \neq 0$ и $\Omega = \Omega_K$) и магнитный диск ($W_{r\phi} \equiv 0$ и $\Omega \neq \Omega_K$). Для гладкой сшивки между этими двумя решениями внутренний радиус определялся из условий: $W_{r\phi}|_{r_0} = 0$ и $\frac{\partial W_{r\phi}}{\partial r}|_{r_0} = 0$. Из этого следует, что $\frac{\partial F_{\text{vis}}}{\partial h}|_{r_0} = 0$. То, что в диске пропадает вязкость может следовать из того, что в магнитном диске $\frac{\partial \Omega}{\partial r} > 0$ (см. рис 4), что приводит к тому, что магнитный диск становится ротационно устойчивым, а это лишает его основной причины возникновения турбулентной вязкости. В дальнейшем мы будем отождествлять внутренний радиус вязкого диска и внутренний радиус диска в нашей модели.

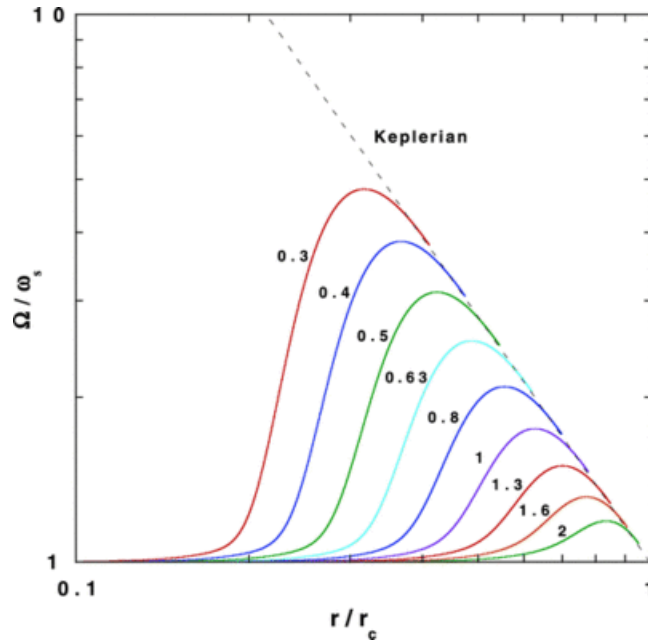


Рис. 3: Зависимость относительной угловой скорости аккреционного диска от радиуса при различных параметрах ξ (см. формулу (2.12)). Рисунок взят из работы [15]

Из условия $\frac{\partial F_{\text{vis}}}{\partial h}|_{r_0} = 0$ и уравнения (2.8) следует уравнение для определения внутреннего радиуса вязкого диска r_0 :

$$\frac{\partial F_{\text{mag}}}{\partial h}|_{r_0} = \dot{M}. \quad (2.10)$$

В этом уравнении и заключается физический смысл определения внутреннего радиуса вязкого диска — темп аккреции на внутреннем радиусе обеспечивается только за счёт магнитных сил. Распишем это уравнение в безразмерном виде, удобном для численного решения:

$$\frac{1}{2} = \Gamma \eta^2 \xi^{7/2} \omega_0^{-10/3} \left((1 - \omega_0) \cos^2 \chi + \frac{h(r_0)}{r_0} (11 - 8\omega_0) \sin^2 \chi \right), \quad (2.11)$$

где введены следующие обозначения:

$$\xi = \frac{r_a}{r_c} \text{ — безразмерный параметр, введённый в статье [15];} \quad (2.12)$$

$$\omega_0 = \left(\frac{r_0}{r_c} \right)^{3/2} \text{ — так называемый fastness параметр;}$$

$$r_a = \left(\frac{\mu^2}{\dot{M} \sqrt{GM_s}} \right)^{2/7} \text{ — альфвеновский радиус.}$$

Уравнение (2.11) было использовано внутри кода для определения внутреннего радиуса аккреционного диска (см. раздел 3).

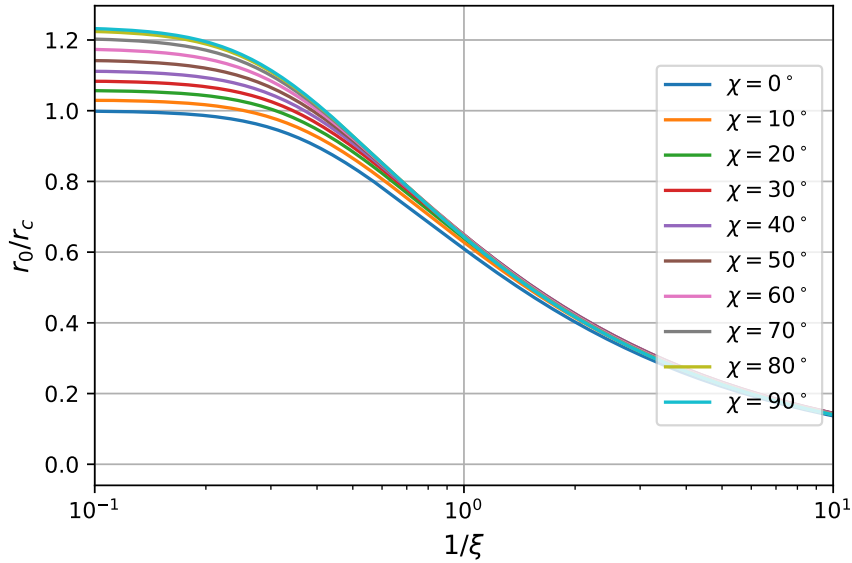


Рис. 4: Зависимость внутреннего радиуса аккреционного диска от обратного параметра ξ (см. формулу (2.12)). Напомним, что обратный параметр $1/\xi \sim \dot{M}^{2/7}$

2.4 Светимость диска из-за вязкого нагрева

Целью нашей работы мы ставим расчёт кривых блеска во время вспышек. Покажем, как получается выражение для светимости аккреционного диска, которая получается за счёт высвечивания той энергии, которая выделяется при вязком трении слоёв диска друг о друга. В приближении тонкого диска плотность выделяемой энергии в единицу времени:

$$\varepsilon = w_{r\varphi} \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} \right). \quad (2.13)$$

Проинтегрируем это выражение по толщине диска:

$$Q_{\text{vis}} = W_{r\phi} r \frac{\partial \Omega_K}{\partial r}. \quad (2.14)$$

Полная вязкостная светимость диска задаётся выражением:

$$L_{\text{vis}} = \int_{r_0}^{\infty} Q_{\text{vis}} 2\pi r \, dr. \quad (2.15)$$

Используя выражения (2.14) и (2.15) и уравнение для $W_{r\phi}$ (2.6) получаем основное выражение для L_{vis} :

$$L_{\text{vis}} = \frac{GM_s \dot{M}}{2r_0} \left[1 + \frac{\Gamma \eta^2}{9} \left(\frac{r_a}{r_c} \right)^{7/2} \left(\cos^2 \chi \left(4 - 3 \left(\frac{r_c}{r_0} \right)^{3/2} \right) + \frac{h(r_0)}{r_0} \sin^2 \chi \left(32 - 33 \left(\frac{r_c}{r_0} \right)^{3/2} \right) \right) \right]. \quad (2.16)$$

При данном \dot{M} мы будем использовать это выражение для расчёта светимости аккреционного диска.

2.5 Изменение периода вращения нейтронной звезды

Один из параметров, который мы можем измерить у рентгеновских пульсаров, является изменение периода вращения нейтронной звезды. Составим модель изменения периода. Запишем закон изменения момента импульса, учтя вклад изменения момента импульса за счёт выпадения вещества на нейтронную звезду с внутреннего края диска и за счёт взаимодействия нейтронной звезды с диском через магнитное поле:

$$\frac{d}{dt} (I\omega) = -F_{\text{mag}}(r_0) + \dot{M} \left(\sqrt{GM_s r_0} - \omega_s R_{NS}^2 \right), \quad (2.17)$$

где $I = \beta M_s R_{NS}^2$ — момент инерции, где $\beta = 0.4$ — коэффициент для шара с равномерно распределённой массой. Таким образом, выражение для ускорения частоты запишется следующим образом:

$$\dot{\nu} = \frac{1}{2\pi\beta M_s R_{NS}^2} \left(-F_{\text{mag}}(r_0) + \dot{M} \left(\sqrt{GM_s r_0} - \omega_s R_{NS}^2 \right) \right). \quad (2.18)$$

3 Описание модели эволюции диска и кода **Freddi**

Используя уравнение непрерывности, проинтегрированное по высоте диска, и уравнение (2.8), можно получить уравнение вязкой эволюции аккреционного диска, которое является уравнением диффузионного типа:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{4\pi} \frac{(GM_s)^2}{h^3} \frac{\partial^2 F_{\text{vis}}}{\partial h^2} + \frac{1}{4\pi} \frac{(GM_s)^2}{h^3} \frac{\partial^2 F_{\text{mag}}}{\partial h^2}. \quad (3.1)$$

Причём Σ — поверхностная плотность диска, F_{vis} и F_{mag} — вязкостный и магнитный удельные моменты сил, действующие на диск, h — удельный кеплеровский момент импульса. Для полной же постановки задачи необходимо поставить условия на внутренней и внешней границах диска, а также начальные условия.

Как мы уже обсудили в предыдущем разделе, условие на внутренней границе диска, которая является подвижной:

$$F_{\text{vis}}(h_0, t) = 0. \quad (3.2)$$

Внешнее условие определяется из условия отсутствия поступления дополнительного вещества в диск:

$$\left. \frac{\partial(F_{\text{vis}} + F_{\text{mag}})}{\partial h} \right|_{h=h_{\text{out}}} = 0. \quad (3.3)$$

Начальное условие мы брали из квазистационарного решения, полученного Липуновой и Шакурой (2000) [20]:

$$F_{\text{vis}}(h, 0) = F_{LS}(h) - F_{\text{mag}}(h). \quad (3.4)$$

Квазистационарное решение задаётся следующим образом:

$$F_{LS}(h) = F_0 \cdot \frac{1 - \frac{h_{in}}{h}}{\frac{h_{in}}{1 - \frac{h_{in}}{h_{out}}}} \cdot f\left(\frac{h}{h_{out}}\right), \quad (3.5)$$

где h_{in} и h_{out} — внутренний и внешний удельные кеплеровские моменты импульса, $f(\xi)$ приведена на рисунке 5. А F_0 связан с начальным темпом аккреции:

$$F_0 = \dot{M}_0 \frac{h_{out} - h_{in}}{h_{out}} \cdot \frac{h_{in}}{f\left(\frac{h_{in}}{h_{out}}\right)}. \quad (3.6)$$

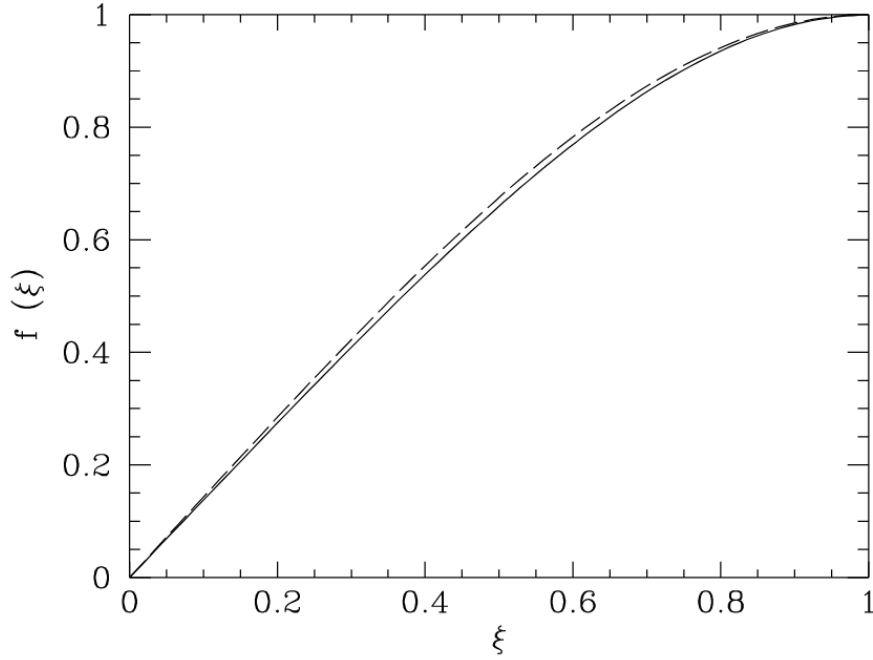


Рис. 5: Зависимость безразмерной части квазистационарного решения уравнения диффузионного типа от безразмерного параметра, зависящего от расстояния $\xi = \frac{h}{h_{\text{out}}}$. Указано два случая соотношения непрозрачностей (томсоновской, обеспечиваемой рассеянием на свободных электронах, κ_T и свободно-свободной, обеспечиваемой свободно-свободными переходами, κ_{ff}): $\kappa_T \gg \kappa_{ff}$ (сплошная кривая) и $\kappa_{ff} \gg \kappa_T$ (прерывистая кривая). Рисунок взят из работы [20]

Уравнение (3.1) с граничными и начальными условиями (3.2), (3.3), (3.4) решается численно введением разностной сетки по времени и пространственной переменной h и заменой дифференциальных операторов конечноразностными, после чего дифференциальное уравнение превращается в систему алгебраических, решаемых методом прогонки на каждом шаге по времени.

Описанная выше схема выполняется с использованием программного кода FREDDI (Маланчев и Липунова (2016) [16], существенное дополнение кода было сделано Авакяном (2021) [21]). Код FREDDI рассчитывает эволюцию диска, который полностью ионизован. Код разработан для расчёта кривых блеска ренгеновских транзиентов с быстрым ростом и квазиэкспоненциальным затуханием (fast rise and exponential decay — FRED).

Код был изменён, чтобы включить взаимодействие магнитного поля и диска, как описано в §2.

4 Результаты

Мы провели расчёты с помощью кода для параметров двух систем с нейтронными звёздами (различных типов): Aql X-1 (миллисекундный пульсар) и A0535+262 (рентгеновский пульсар). Обсудим некоторую мотивацию нашего выбора. Aql X-1 ранее изучалась в работе Липуновой и др. [18] в рамках приближённой модели (эту модель мы будем называть *Alfven*), в которой был продемонстрирован потенциал моделирования кривых блеска этой системы при помощи FREDDI, мы же продемонстрируем качественные изменения кривых блеска в рамках нашей модели. Система A0535+262 же нас заинтересовала в связи с работой Ревнивцева и др. [22], в которой было показано на основе наблюдательных данных (Finger et al [23]), что радиус внутренней границы диска пропорционален альфвеновскому радиусу.

Обсудим ещё два важных параметра при моделировании эволюции диска: температура на границе горячего диска T_{hot} и коэффициент самооблучения диска C_{irr} . Коэффициент облучения диска показывает, какая часть падающего излучения нейтронной звезды переизлучается диском:

$$C_{irr} \frac{L_x}{4\pi r^2} = Q_{irr} \equiv \sigma T_{irr}^4, \quad (4.1)$$

где по определению введена температура облучения T_{irr} . Горячий (ионизованный) диск заканчивается там, где $T_{irr} = T_{hot}$. Параметры T_{hot} и C_{irr} влияют на размер горячей зоны диска, причём чем больше T_{hot} (C_{irr}), тем меньше (больше) размер горячей зоны диска. Поскольку уравнение вязкой эволюции (3.1) диффузионного типа, то чем больше размер горячей зоны диска, тем больше характерное время эволюции аккреционного диска.

4.1 Aql X-1

Для начала перечислим ключевые параметры, которые мы использовали при моделировании системы (см. таблицу 1).

Таблица 1: Параметры расчёта модели аккреционного диска

Обозначение	Название величины	Значение
α	α -параметр Шакуры-Сюняева	0.29
\dot{M}_0	Начальный темп аккреции, г/с	$9 \cdot 10^{17}$
M_s	Масса нейтронной звезды, M_{sun}	1.4
R_{NS}	Радиус нейтронной звезды, км	11
B_x	Индукция магнитного поля на поверхности нейтронной звезды (полос), Гс	$3.3 \cdot 10^8$
f	Частота вращения нейтронной звезды, Гц	550
h/r	Относительная толщина аккреционного диска	0.05
C_{irr}	Коэффициент самооблучения диска	$3 \cdot 10^{-5}$
T_{hot}	Температура на границе горячей зоны диска, К	10000

Посмотрим распределение моментов сил по радиусу спустя небольшое время после начала вспышки (см. рис. 6 и рис. 7). Сравнив графики, мы видим, что влияние магнитных моментов сил проявляется только во внутренних частях диска. Также отметим характерную структуру магнитного момента сил, имеющего один максимум, находящийся вблизи радиуса коротации. При нулевом угле наклонения максимум находится на радиусе коротации — причина этого в том, что на радиусе коротации наведённое поле равно нулю, а значит равна нулю и сила взаимодействия диска и крупномасштабного поля. Как мы уже отмечали в разделе 2.11 внутренний радиус диска находится из равенства текущего темпа аккреции и производной магнитного момента сил по удельному моменту импульса. Поскольку в нашей системе темп аккреции будет монотонно уменьшаться, то внутренний радиус будет увеличиваться от внутренних точек, которые меньше максимума, где производная больше нуля, к точке максимума.

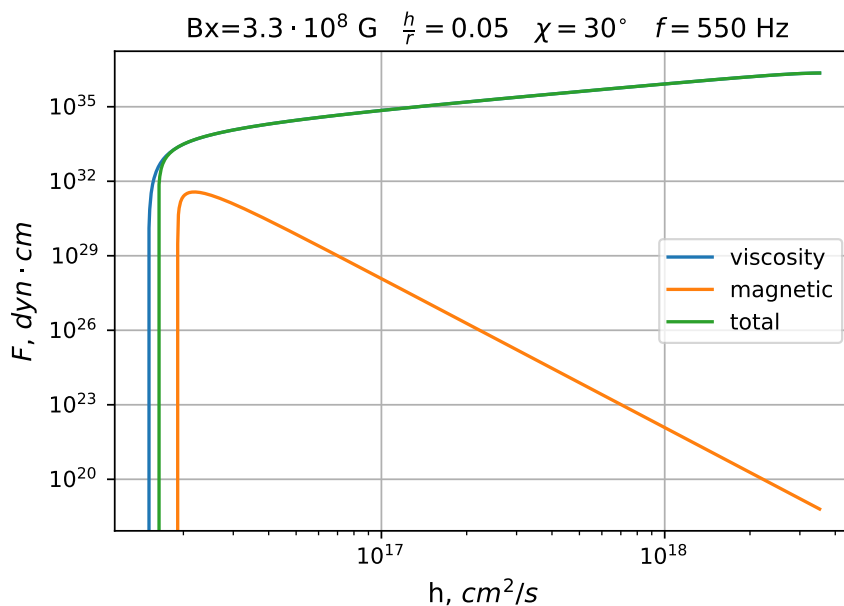


Рис. 6: Распределение различных моментов сил по удельным кеплеровским моментам импульса для $\chi = 30^\circ$.

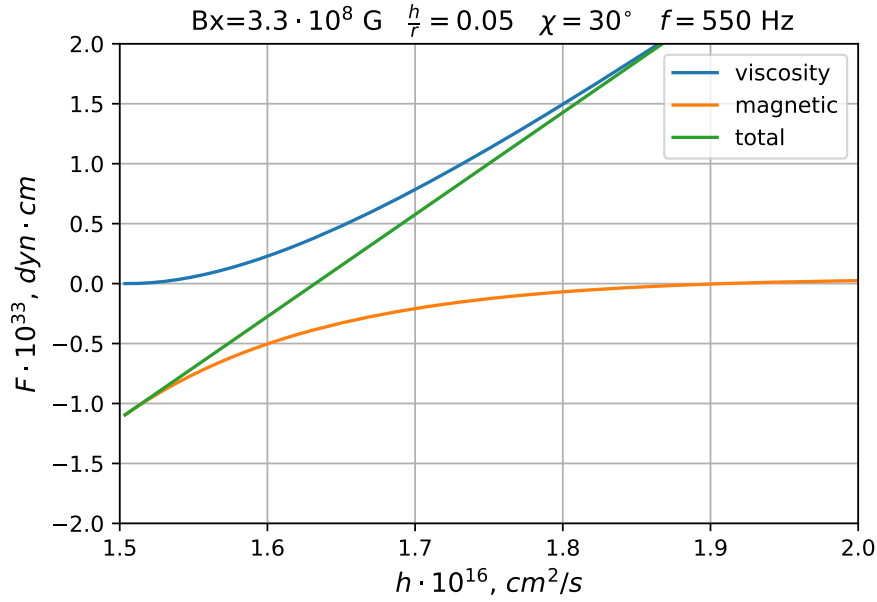


Рис. 7: Распределение различных моментов сил по удельным кеплеровским моментам импульса для $\chi = 30^\circ$ во внутренних областях диска.

Построим графики зависимости темпа аккреции от времени (см. рис. 8), поскольку темп аккреции является ключевым параметром, от которого зависят наблюдаемые параметры. Отметим две особенности этих зависимостей: на начальных этапах уменьшение темпа аккреции не зависит от угла наклона диска, а также в нашей модели уменьшение темпа аккреции более медленное, чем в модели Alfvén. Последнее может объясняться тем, что для расчёта темпа аккреции мы использовали не только производную F_{vis} , но и производную F_{mag} (см. формулу (2.8)).

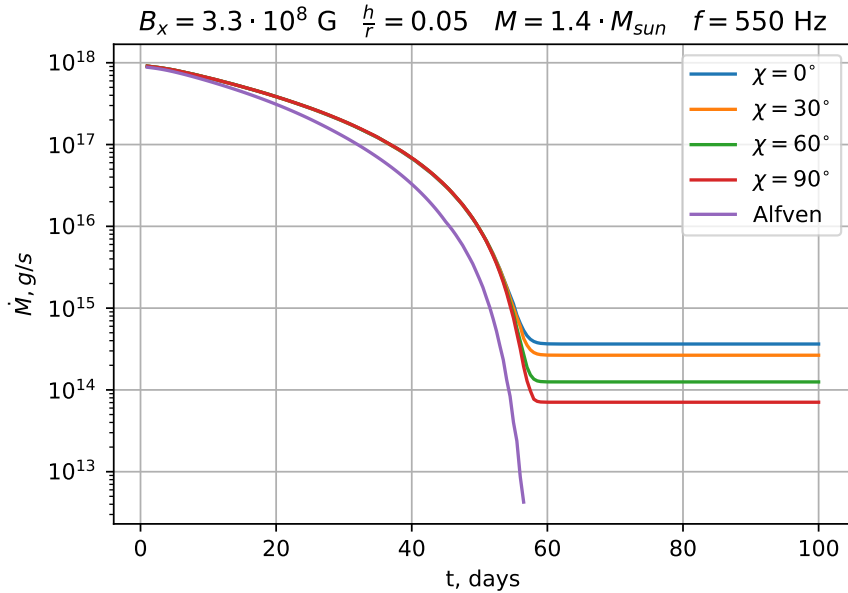


Рис. 8: Зависимость темпа аккреции от времени для параметров системы Aql X-1

Для объяснения следующих графиков удобно использовать зависимость внутреннего радиуса от времени (см. рис. 9) (она получается однозначно из графика зависимости $\dot{M}(t)$ (см. формулу (2.11))). В этом графике видно существенное отличие нашей модели от предыдущей:

при уменьшении темпа аккреции радиус будет расти не до бесконечности, а выйдет на плато, принимающее значение около радиуса коротации R_{cor} . Остановка увеличения радиуса и почти нулевой темп аккреции (по сравнению со значением в пике) может быть проинтерпретирован как "мёртвый" диск (Шакура и Сюняев (1977) [24]). Таким образом, мы можем аккуратно утверждать, что в рамках нашей модели существует согласованный переход между режимом аккретора и пропеллера, так как "мёртвый" диск является частным случаем режима пропеллера.

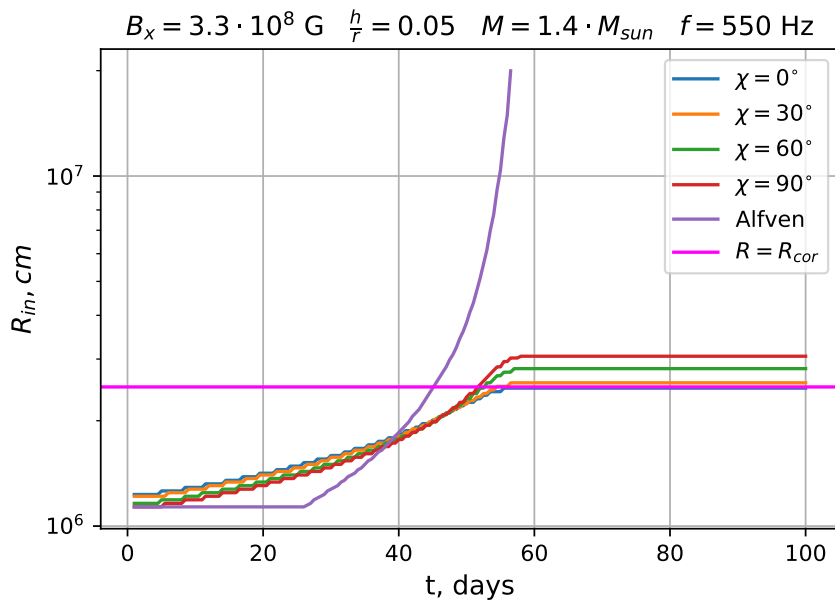


Рис. 9: Зависимость внутреннего радиуса аккреционного диска от времени для параметров системы Aql X-1

Для качественного сравнения с наблюдениями построим зависимость светимости аккреционного диска (см. рис. 10), нейтронной звезды (см. рис. 11) в различных моделях. Ключевым отличием нашей модели от предыдущей является наличие характерного плато, которое является следствием плато внутреннего радиуса.

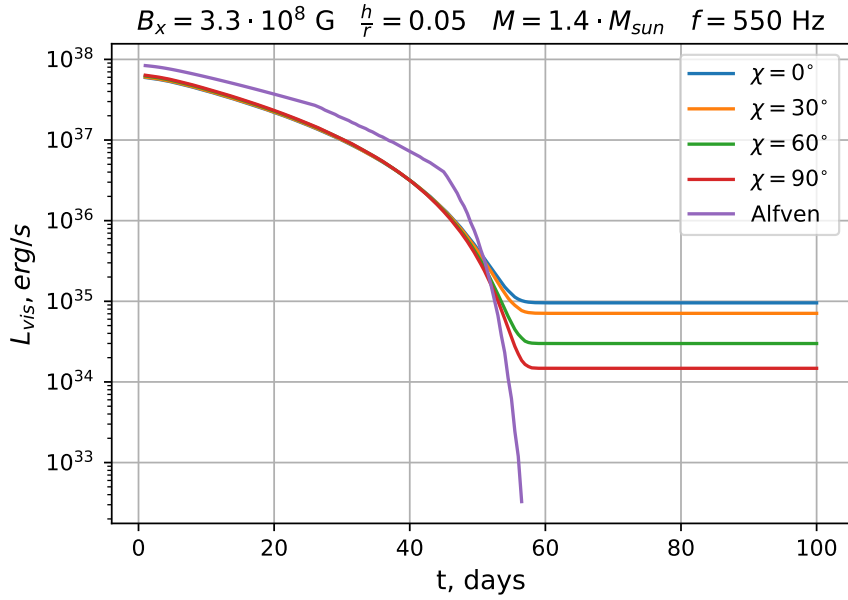


Рис. 10: Зависимость светимости аккреционного диска от времени для параметров системы Aql X-1

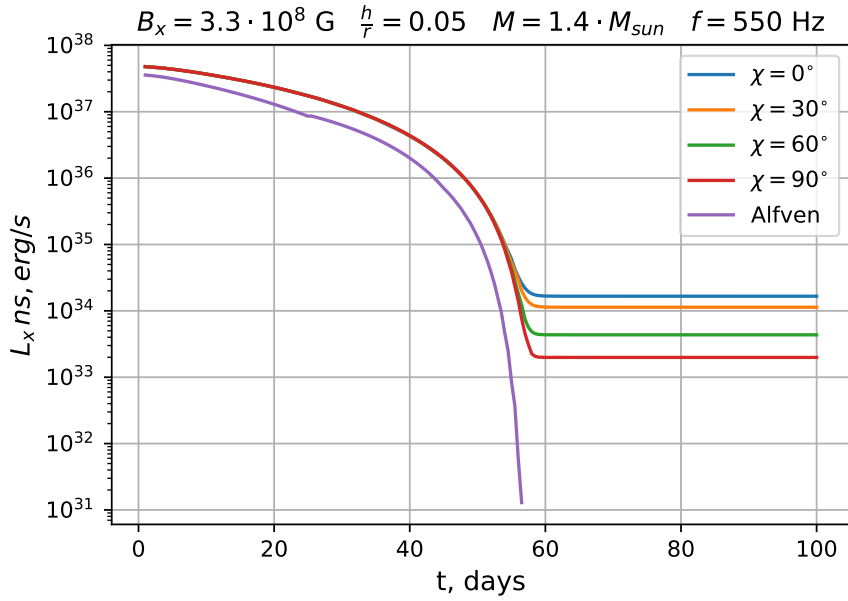


Рис. 11: Зависимость светимости нейтронной звезды от времени для параметров системы Aql X-1

Сравним графики зависимости светимости диска, светимости нейтронной звезды и суммарной светимости (см. рис. 12). На начальных этапах вспышки светимость диска не сильно отличается от светимости нейтронной звезды, но при выходе на постоянные значения светимость диска почти в 10 раз больше светимости нейтронной звезды, что может быть также интерпретировано как приближение к "мёртвому" диску. Сравним полученную светимость (total) с наблюдаемыми потоками на телескопе Swift/XRT. В предыдущих моделях удавалось объяснять кривую блеска до стадии плато, в нашей модели естественным образом получается плато светимости, причём падение светимости и падение потока от пика до плато на 3 порядка.

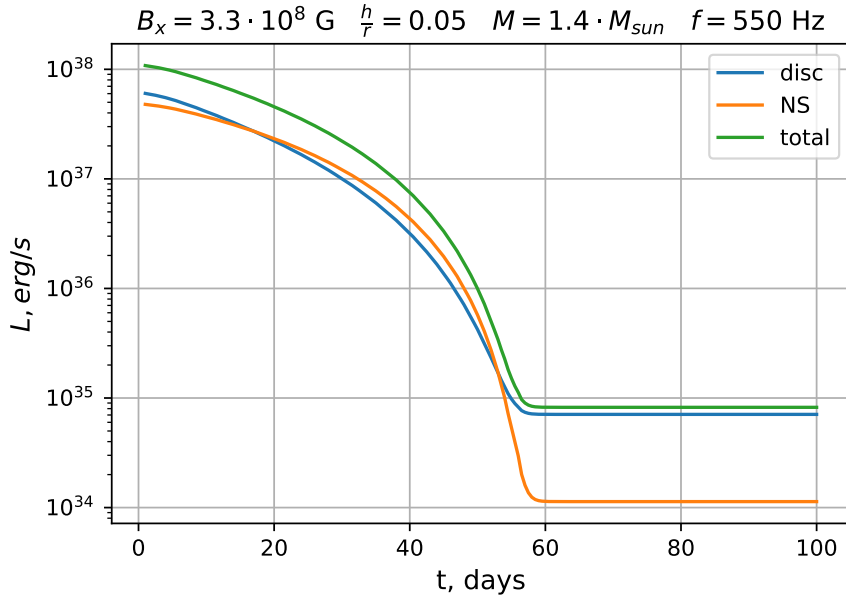


Рис. 12: Сравнение графиков зависимости от времени светимостей: нейтронной звезды, диска и суммарной для $\chi = 30^\circ$.

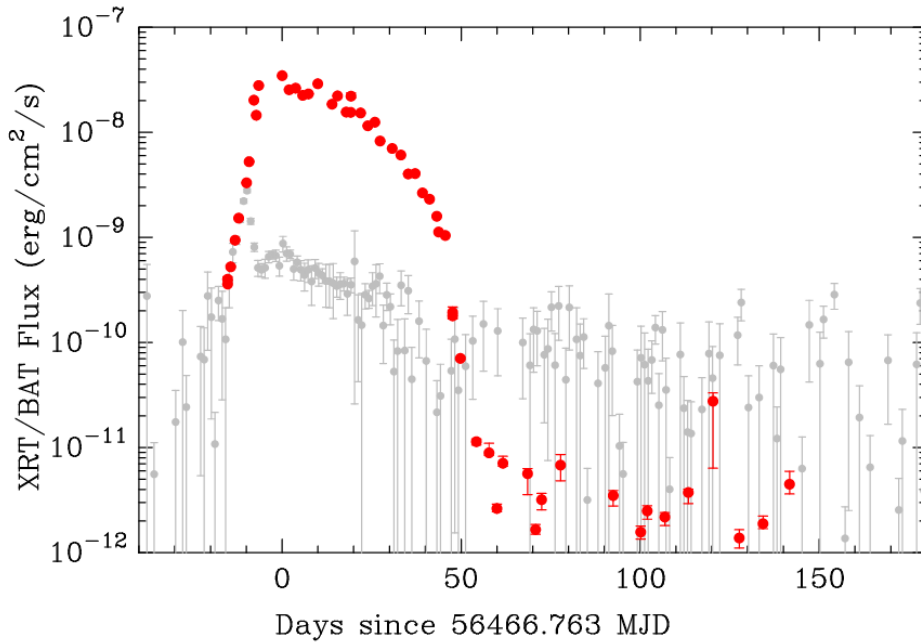


Рис. 13: График зависимости потока, поправленного за поглощение, в полосе 0.5–10 кэВ. Наблюдения производились на телескопе Swift/XRT. Рисунок взят из статьи [18]

Построим ещё один наблюдательный параметр миллисекундного рентгеновского пульсара — производную частоты, рассчитанную по формуле (2.18) (см. рис. 14). Поскольку вспышка системы Aql X-1 наблюдалась лишь один раз [25], то определить эволюцию $\dot{\nu}$ не представляется возможным. Но наблюдались другие миллисекундные пульсары с измеренными производными частоты (см. таблицу 2). Наблюдения не противоречат полученным результатам.

Таблица 2: Наблюдаемые производные частоты

Пульсар	Производная частоты, 10^{-12} Гц/с	Работа
J1756.9-2508	1.4	Sanna et al. (2018) [26]
J17591-2342	$-7.4(4) \cdot 10^{-2}$	Sanna et al. (2020) [27]
IGR J17511-3057	0.165(18)	Riggio et al. (2011) [28]

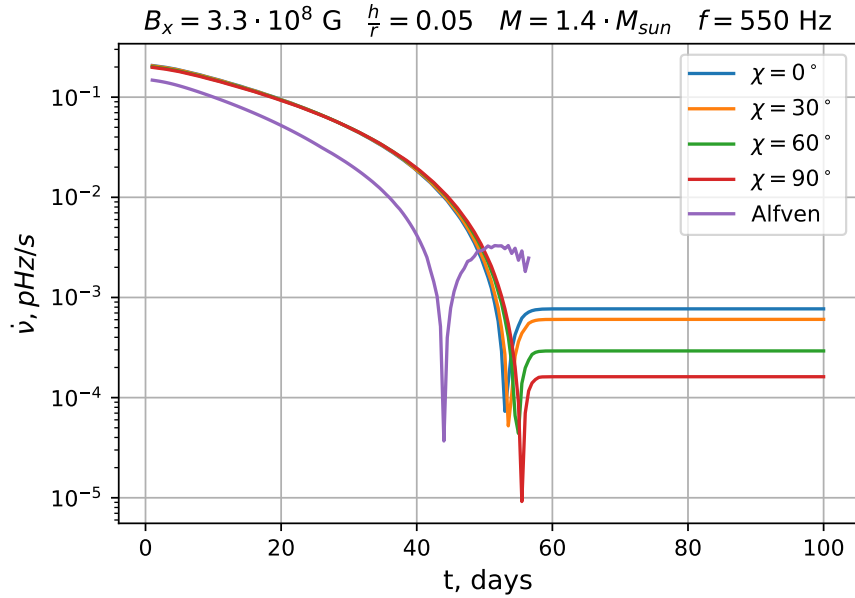


Рис. 14: График зависимости модуля производной частоты от времени. В начале производная частоты больше нуля (ускорение), а после характерной "галочки" меньше нуля (замедление)

4.2 A0535+262

Построим зависимости производной частоты, рентгеновской светимости и внутреннего радиуса от времени. Для этого необходимо предположить начальный темп аккреции и поле на поверхности нейтронной звезды. Поле возьмём из наблюдений циклотронных линий (Kendziorra et al. (1994) [29]) — $B_x = 4 \cdot 10^{12}$ Гс. Оценку начального темпа аккреции рассчитаем из потока в диапазоне 3–20 кэВ $F_x = 2 \cdot 10^{-7}$ эрг/см²/сек (Finger et al. (1996) [23] и Revnivtsev et al. (2009) [22]) при эффективности аккреции $\eta = 0.1$ и расстоянии $d = 2$ кпк:

$$F_x = \frac{L_x}{4\pi d^2} = \frac{\eta \dot{M}_0 c^2}{4\pi d^2} \Rightarrow \dot{M}_0 = \frac{4\pi d^2 F_x}{\eta c^2} = 1 \cdot 10^{18} \text{ г/с}. \quad (4.2)$$

10^{18} г/с — это нижняя оценка темпа аккреции, так как эффективная температура на поверхности горячих пятен аккрецирующих нейтронных звёзд $\lesssim 1$ кэВ, а наблюдаемый диапазон 3–20 кэВ, то мы можем не учесть существенную часть излучения, полученного в результате аккреции. Оказалось, что для согласования наблюдаемого ускорения с моделируемым необходимо увеличить темп аккреции в два раза.

Таблица 3: Параметры расчёта модели аккреционного диска

Обозначение	Название величины	Значение
α	α -параметр Шакуры-Сюняева	0.29
\dot{M}_0	Начальный темп аккреции, г/с	$2 \cdot 10^{18}$
M_s	Масса нейтронной звезды, M_{sun}	1.4
R_{NS}	Радиус нейтронной звезды, км	11
B_x	Индукция магнитного поля на поверхности нейтронной звезды (полос), Гс	$4 \cdot 10^{12}$
f	Частота вращения нейтронной звезды, Гц	550
h/r	Относительная толщина аккреционного диска	0.05
C_{irr}	Коэффициент облучения диска	$3 \cdot 10^{-5}$
T_{hot}	Температура на границе горячей зоны диска, К	10000

Произведём расчёт эволюции с параметрами, перечисленными в табл. 4. Расчитаем зависимость производной частоты от времени (см. рис. 15) и сравним с графиком зависимости производной частоты от времени, полученном из наблюдений (см. рис. 16). Можем наблюдать хорошее согласие графиков спадания ускорения.

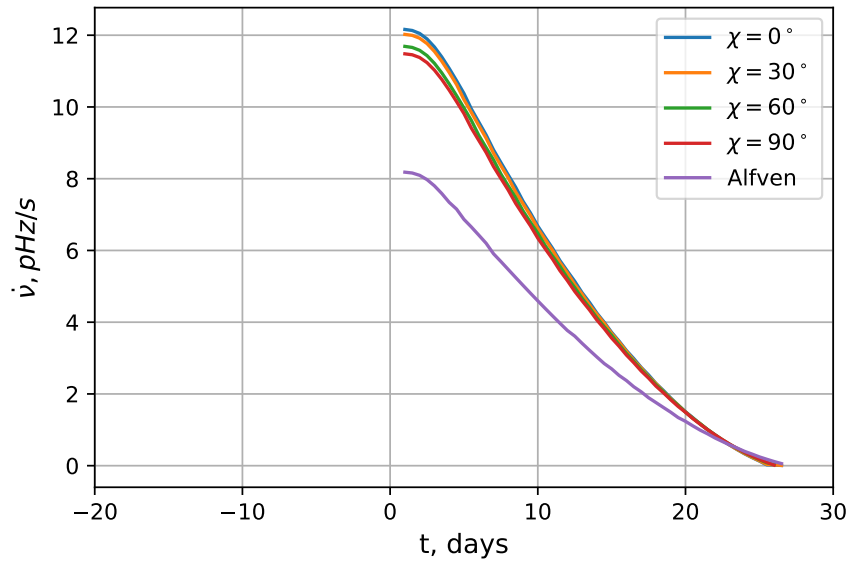


Рис. 15: Зависимость производной частоты от времени для параметров ренгеновского пульсара A0535+262. Масштаб выбран таким же, как и на рис. 16

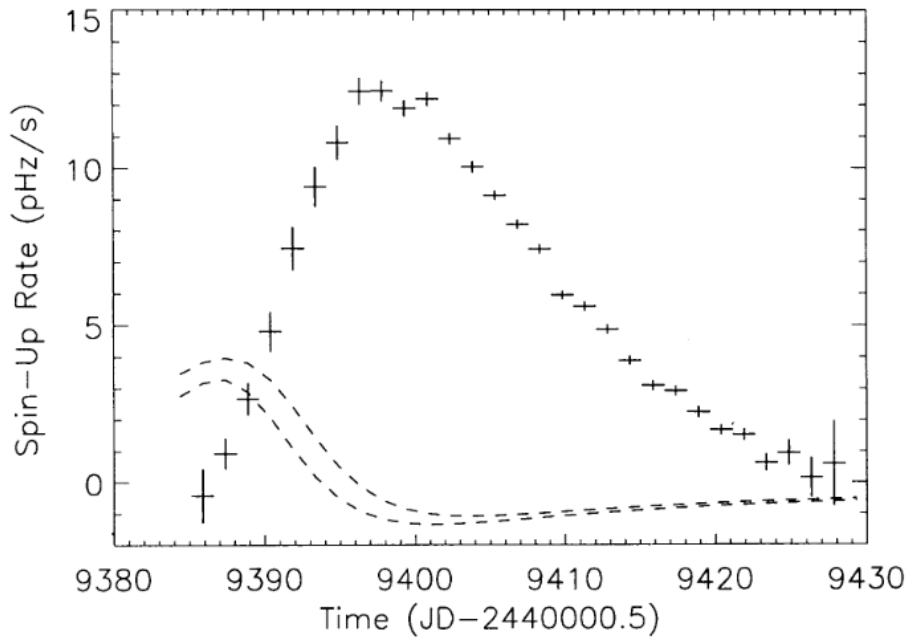


Рис. 16: Зависимость производной частоты от времени для рентгеновского пульсара A0535+262. Промежуток между штриховыми линиями показывает доверительный интервал в 68% изменений периода пульсаций из-за движения по орбите. Рисунок взят из статьи [23]

Произведём расчёт рентгеновской светимости (см. рис. 17) и теплового рентгеновского потока (см. рис. 18). Сравним рассчитанный поток с наблюдаемым рентгеновским потоком (см. рис. 19). Мы видим, что полученный поток в несколько раз меньше наблюдаемого в пике и спадает быстрее. Это может объясняться тем, что мы учитывали только тепловую часть спектра, но в этом диапазоне необходимо учитывать и нетепловую степенную часть спектра.

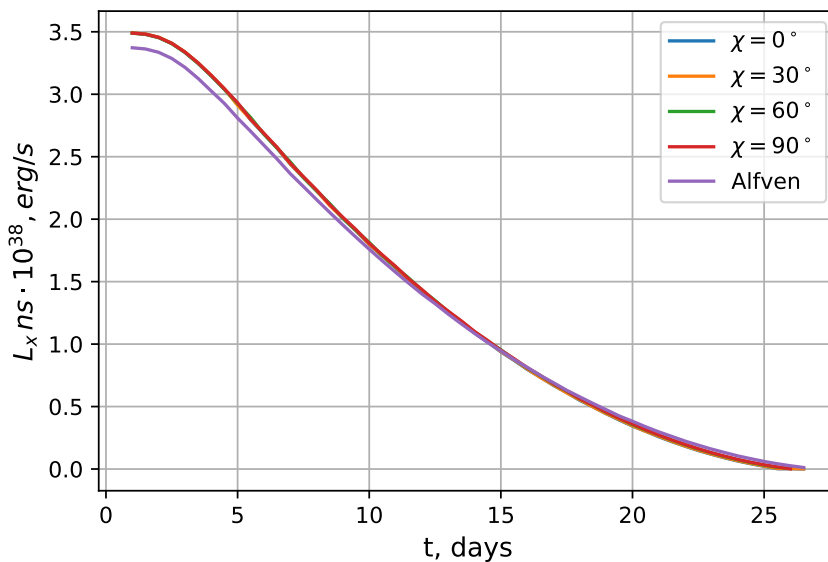


Рис. 17: Зависимость рентгеновской светимости нейтронной звезды от времени для параметров рентгеновского пульсара A0535+262.

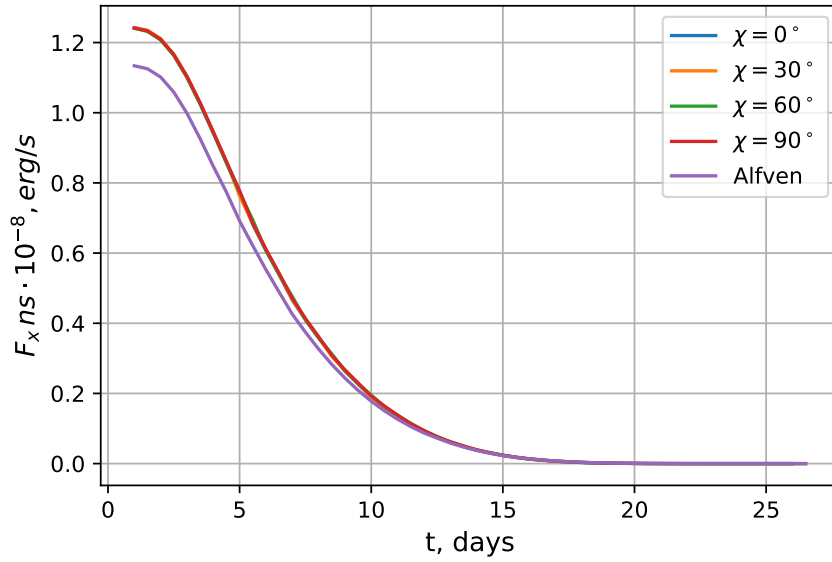


Рис. 18: Зависимость рентгеновского теплового потока в диапазоне 20–100 кэВ от времени для параметров рентгеновского пульсара A0535+262. Рисунок взят из статьи [23]

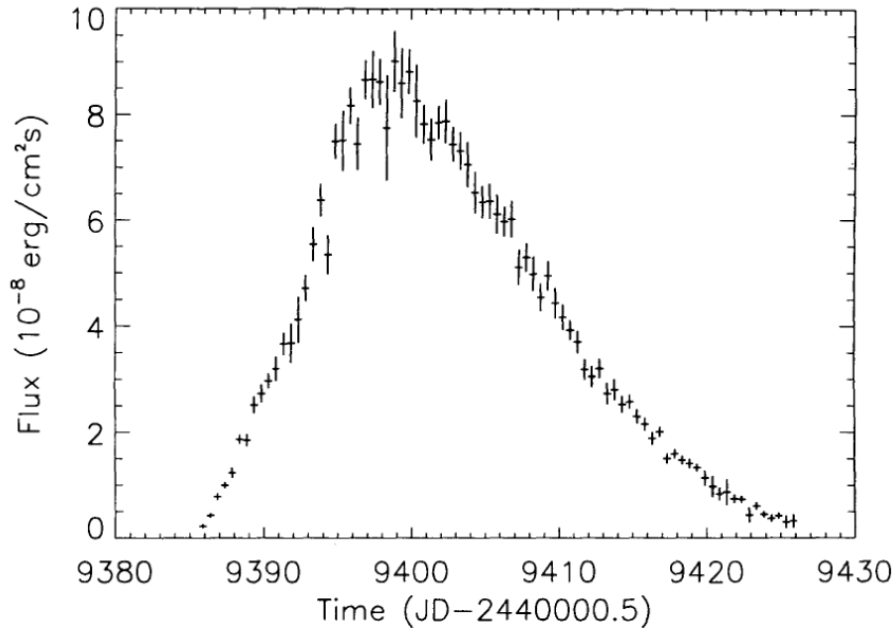


Рис. 19: Зависимость рентгеновского потока в диапазоне 20–100 кэВ от времени для рентгеновского пульсара A0535+262. Рисунок взят из статьи [23]

Наконец, продемонстрируем, что при $r_0 \ll r_c$ (для данной системы $r_c \approx 30$ тыс. км) эволюция радиуса с точностью до коэффициента не отличается от альфвеновского. Это следует из формулы (2.11), в которой в такой ситуации можно пренебречь отличием большой скобки от единицы (в случае нулевого угла наклона). Тогда формула модифицируется до $r_0 \approx r_a$, что мы и наблюдаем на графиках.

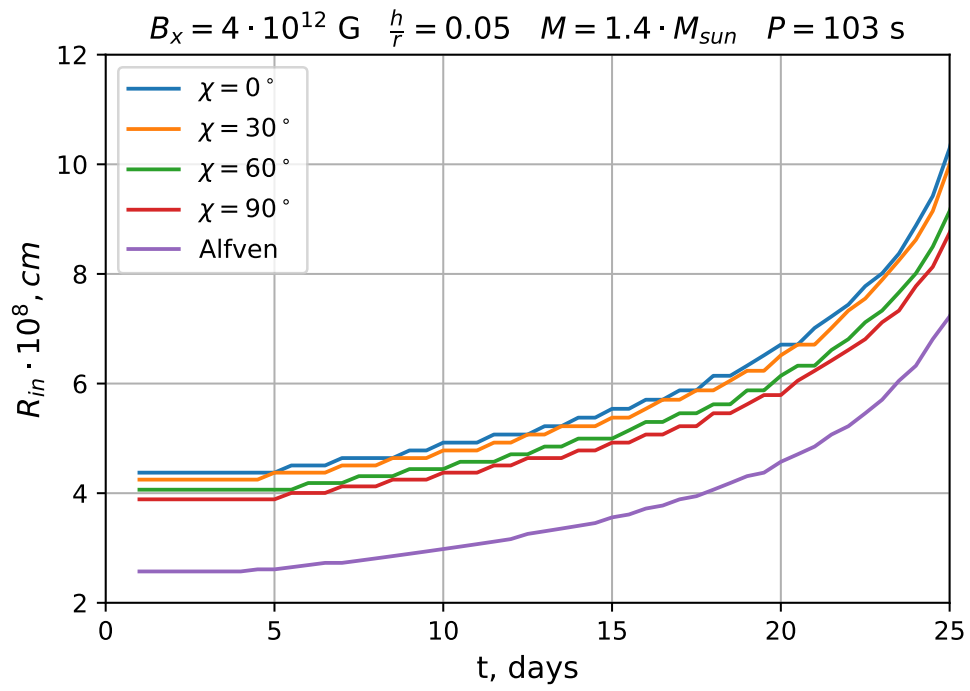


Рис. 20: Зависимость внутреннего радиуса диска от времени для параметров рентгеновского пульсара A0535+262.

5 Выводы

В данной работе исследовалась модель взаимодействия магнитного поля нейтронной звезды с наклонённой магнитной осью и аккреционного диска. Предполагалось, что магнитное поле частично проникает в диск, вызывая наведение дополнительного магнитного поля. Это дополнительное поле приводит к распределению магнитного момента сил по диску. В результате основное уравнение эволюции аккреционного диска меняет свой вид - появляется новое слагаемое. Это уравнение решалось численно и в результате были рассчитаны кривые блеска от таких систем, а также эволюция частоты вращения центральной НЗ

В рамках модели были выведены формулы внутреннего радиуса, светимости аккреционного диска и производной частоты вращения нейтронной звезды от темпа аккреции.

Также мы дополнили код FREDDI полной реализацией нашей модели.

Ключевой особенностью нашей модели является появление плато на кривых блеска, которые качественно согласуются с наблюдениями Aql X-1.

Также мы промоделировали график зависимости ускорения частоты вращения нейтронной звезды от времени для рентгеновского пульсара A0535+262 во время его вспышки в 1994 году. В результате получили удовлетворительное согласие с наблюдениями. Отметим, что эволюция внутреннего радиуса при больших темпах аккреции близка к эволюции альфвеновского, если внутренний радиус диска много меньше коротационного.

Подводя итог, отметим важность исследования различных моделей взаимодействия вещества и крупномасштабного магнитного поля нейтронной звезды и сравнения предсказаний моделей с наблюдениями, чтобы выделить действительную модель и глубже понять фундаментальные процессы, происходящие с аккреционными дисками в системах с нейтронными звёздами.

6 Благодарности

Автор выражает благодарность Фонду развития теоретической физики и математики «БА-ЗИС» (номер гранта 21-2-1-31-1) и Российскому научному фонду (номер гранта 21-12-00141) за поддержку.

Список литературы

- [1] H. C. Spruit. Accretion disks. *arXiv e-prints*, page arXiv:1005.5279, May 2010.
- [2] S. A. Balbus and J. F. Hawley. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution. *ApJ*, 376:214–233, July 1991.
- [3] N. I. Shakura and R. A. Sunyaev. Black holes in binary systems. Observational appearance. *A&A*, 24:337–355, 1973.
- [4] P. Ghosh, F. K. Lamb, and C. J. Pethick. Accretion by rotating magnetic neutron stars. I. Flow of matter inside the magnetosphere and its implications for spin-up and spin-down of the star. *ApJ*, 217:578–596, October 1977.
- [5] P. Ghosh and F. K. Lamb. Accretion by rotating magnetic neutron stars. II. Radial and vertical structure of the transition zone in disk accretion. *ApJ*, 232:259–276, August 1979.
- [6] P. Ghosh and F. K. Lamb. Accretion by rotating magnetic neutron stars. III. Accretion torques and period changes in pulsating X-ray sources. *ApJ*, 234:296–316, November 1979.
- [7] Y. M. Wang. Disc accretion by magnetized neutron stars : a reassessment of the torque. *A&A*, 183:257–264, September 1987.
- [8] C. G. Campbell. The inner structure of an accretion disc around a magnetic neutron star. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 63(1):179–196, January 1992.
- [9] Y. M. Wang. On the Torque Exerted by a Magnetically Threaded Accretion Disk. *ApJ*, 449:L153, August 1995.
- [10] Y. M. Wang. Torque Exerted on an Oblique Rotator by a Magnetically Threaded Accretion Disk. *ApJ*, 475(2):L135–L137, February 1997.
- [11] E. Bozzo, S. Ascenzi, L. Ducci, A. Papitto, L. Burderi, and L. Stella. Magnetospheric radius of an inclined rotator in the magnetically threaded disk model. *A&A*, 617:A126, October 2018.
- [12] J. J. Aly. Electrodynamics of disk accretion onto magnetic neutron star. *A&A*, 86:192–197, June 1980.
- [13] V. M. Lipunov and N. I. Shakura. Interaction of the accretion disk with the magnetic field of a neutron star. *Soviet Astronomy Letters*, 6:14–17, February 1980.
- [14] S. A. Rappaport, J. M. Fregeau, and H. Spruit. Accretion onto Fast X-Ray Pulsars. *ApJ*, 606(1):436–443, May 2004.
- [15] W. Kluźniak and S. Rappaport. Magnetically Torqued Thin Accretion Disks. *ApJ*, 671(2):1990–2005, December 2007.
- [16] K. L. Malanchev and G. V. Lipunova. Freddi: Fast Rise Exponential Decay accretion Disk model Implementation. *Astrophysics Source Code Library*, record ascl:1610.014, October 2016.
- [17] G. V. Lipunova and K. L. Malanchev. Determination of the turbulent parameter in accretion discs: effects of self-irradiation in 4U 1543-47 during the 2002 outburst. *MNRAS*, 468:4735–4747, July 2017.

- [18] Galina Lipunova, Konstantin Malanchev, Sergey Tsygankov, Nikolai Shakura, Andrei Tavleev, and Dmitry Kolesnikov. Physical modelling of viscous disc evolution around magnetized neutron star. Aql X-1 2013 outburst decay. *MNRAS*, 510(2):1837–1856, February 2022.
- [19] D. Bhattacharya and E. P. J. van den Heuvel. Formation and evolution of binary and millisecond radio pulsars. *Phys. Rep.*, 203(1-2):1–124, January 1991.
- [20] G. V. Lipunova and N. I. Shakura. New solution to viscous evolution of accretion disks in binary systems. *A&A*, 356:363–372, April 2000.
- [21] A. L. Avakyan, G. V. Lipunova, K. L. Malanchev, and N. I. Shakura. Change in the Orbital Period of a Binary System Due to an Outburst in a Windy Accretion Disk. *Astronomy Letters*, 47(6):377–389, June 2021.
- [22] M. Revnivtsev, E. Churazov, K. Postnov, and S. Tsygankov. Quenching of the strong aperiodic accretion disk variability at the magnetospheric boundary. *A&A*, 507(3):1211–1215, December 2009.
- [23] M. H. Finger, R. B. Wilson, B. A. Harmon, and W. S. Paciesas. Aperiodic Flux Variability in A 0535+262. In J. van Paradijs, Edward Peter Jacobus van den Heuvel, and Erik Kuulkers, editors, *Compact Stars in Binaries*, volume 165, page 313, January 1996.
- [24] R. A. Syunyaev and N. I. Shakura. Disk reservoirs in binary systems and prospects for observing them. *Soviet Astronomy Letters*, 3:138–141, June 1977.
- [25] P. Casella, D. Altamirano, A. Patruno, R. Wijnands, and M. van der Klis. Discovery of Coherent Millisecond X-Ray Pulsations in Aquila X-1. *ApJ*, 674(1):L41, February 2008.
- [26] A. Sanna, F. Pintore, A. Riggio, S. M. Mazzola, E. Bozzo, T. Di Salvo, C. Ferrigno, A. F. Gambino, A. Papitto, R. Iaria, and L. Burderi. SWIFT J1756.9-2508: spectral and timing properties of its 2018 outburst. *MNRAS*, 481(2):1658–1666, December 2018.
- [27] A. Sanna, L. Burderi, K. C. Gendreau, T. Di Salvo, P. S. Ray, A. Riggio, A. F. Gambino, R. Iaria, L. Piga, C. Malacaria, and G. K. Jaisawal. Timing of the accreting millisecond pulsar IGR J17591-2342: evidence of spin-down during accretion. *MNRAS*, 495(2):1641–1649, June 2020.
- [28] A. Riggio, A. Papitto, L. Burderi, T. di Salvo, M. Bachetti, R. Iaria, A. D’Aì, and M. T. Menna. Timing of the accreting millisecond pulsar IGR J17511-3057. *A&A*, 526:A95, February 2011.
- [29] E. Kendziorra, P. Kretschmar, H. C. Pan, M. Kunz, M. Maisack, R. Staubert, W. Pietsch, J. Truemper, V. Efremov, and R. Sunyaev. Evidence for cyclotron line features in high energy spectra of A 0535+26 during the March/April 1989 outburst. *A&A*, 291:L31–L34, November 1994.

Таблица 4: Параметры расчёта модели аккреционного диска

Обозначение	Значение
α	0.29
\dot{M}_0	$2 \cdot 10^{18}$ г/с
B_x	$4 \cdot 10^{12}$ Гс
P	103 с
C_{irr}	$3 \cdot 10^{-5}$