Поведение планет в аккреционном диске по мере эволюции двойной звездной системы

Некрасов А. Д., Журавлев В. В., Попов С. Б.

ГАИШ МГУ

2 ноября, 2021 Москва, Россия

<ロト < 団 ト < 臣 ト < 臣 ト 三 の へ で 1/42</p>

### Актуальность задачи

В двойных звездных системах наблюдаются экзопланеты. По мере эволюции системы планеты тоже эволюционируют. В частности, в конце жизни главной звезды системы вокруг звезды-компаньона может образовываться аккреционный диск, набирающий массу из интенсивного звездного ветра. Планеты около компаньона взаимодействуют с диском, что

может приводить к интересным наблюдательным проявлениям.





Рис. из Schwarz et.al. 2011 и с сайта univie.ac.at/adg/schwarz/multiple.html. Например, планеты могут выпадать на центральную звезду, порождая оптические транзиенты.

# Введение: базовые работы

Настоящее исследование представляет собой развитие и обобщение идей, излагаемых в следующих базовых работах:

- Perets & Kenyon 2013 (Статья 1): модель осесимметричного аккреционного диска в широкой двойной системе;
- Kulikova & Popov & Zhuravlev 2019 (Статья 2): развитие модели аккреционного диска из Статьи 1 и рассмотрение миграции планет в таком диске.



Некоторые результаты из Статьи 2.

### Введение: предпосылки для развития модели

По результатам Статьи 2 возникают новые вопросы:

- Важна ли нестационарность диска?
- Что происходит за снеговой линией (учет более реалистичной непрозрачности вещества)?
- Важен ли прогрев диска массивной звездой-донором?
- Наблюдается ли быстрая миграция первого типа в рамках построенной модели?
- Важны ли длительные эпохи миграции планет в оптически тонком диске?
- Как влияет на диск и миграцию планет изменение полуоси двойной системы?
- Как меняются диск и миграция планет при изменении начальной массы донора?

▶ ...

### Введение: принципиальная геометрия системы



Иллюстрация: геометрия двойной звездной системы и аккреционного диска, аккреция звездного ветра в рамках модели аккреции Бонди. Вид «сверху» и «сбоку». Не в масштабе.

### Введение: звездный ветер от главной звезды



6/42

# Математическая модель: образование диска

Важное условие формирования диска — угловой момент аккрецируемого вещества должен превышать угловой момент на экваторе звезды-компаньона (Статья 1):

$$\begin{split} 1 < & \frac{j_{acc}}{j_2} \approx 1.2 \left(\frac{\eta}{0.2}\right) \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^{3/2} \left(\frac{R_2}{R_\odot}\right)^{-1/2} \left(\frac{v_{rel}}{10 \text{ km/s}}\right)^{-4} \times \\ & \times \left(\frac{a}{100 \text{ au}}\right)^{-3/2} \left(\frac{M_1 + M_2}{2.5M_\odot}\right)^{1/2} \end{split}$$

При выполнении этого условия в полости Роша звезды-компаньона формируется осесимметричный диск, набирающий вещество из звездного ветра.

Отсюда же характерные значения параметров системы:

$$M_2 = M_{\odot}, \quad a \approx (10 - 100) \text{ au}, \quad M_1 \approx (1.5 - 8.0) M_{\odot}.$$

Широкие системы:  $a \ge 10$  au.

<ロ> < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

# Математическая модель: аккреция Бонди

Аккреция Бонди — цилиндрически симметричная аккреция вещества звездного ветра. Реализуется в случаях, когда донор не заполняет свою полость Роша. Это выполняется для широких систем.

Суммарный темп аккреции вещества на диск в этом приближении:

$$\dot{M}_{acc} = rac{r_a^2}{4a^2}\dot{M}_w,$$
  
 $r_a = rac{2GM_2}{v_{rel}^2 + c_w^2}, \quad v_{rel}^2 = v_w^2 + rac{GM_1}{a}rac{M_1}{M_1 + M_2}.$ 

Прирост поверхностной плотности диска в таком случае записывается в виде (Статья 1):

$$\left(\frac{\partial \Sigma}{\partial t}\right)_{ext} = \frac{\dot{M}_{acc}}{2\pi r r_a} = \frac{\dot{M}_w r_a}{8\pi r a^2} \theta(r_a - r) \,.$$

Bondi 1952 / Hoyle & Lyttleton 1941.

・ロト < 
一 ト < 
三 ト < 
三 ト < 
三 ト < 
、 
三 の へ 
の 8/42
</p>

Донор теряет массу с ветром, следовательно система расширяется (если нет стадии с общей оболочкой, которая обычно начинается при полуосях системы 10 аи или меньше). В общем случае полуось системы меняется в соответствии с уравнением, согласно Postnov & Yungelson 2014:

$$\frac{1}{2}\frac{\dot{a}}{a} = \left(-1 + \eta \frac{M_1}{M_2} + \frac{1}{2}\frac{(1-\eta)M_1}{M_1 + M_2}\right)\frac{\dot{M}_1}{M_1} + \frac{\dot{J}_{orb}}{J_{orb}}, \quad \eta = \frac{r_a^2}{4a^2} = \frac{\dot{M}_{acc}}{\dot{M}_w}.$$

После преобразований получим:

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{M}_w}{M_1} \left( 1 + \frac{r_a^2}{4a^2} - 2\frac{r_a^2}{4a^2} \frac{1}{q} - \left( 1 - \frac{r_a^2}{4a^2} \right) \frac{q}{1+q} \right), \quad q = \frac{M_2}{M_1}.$$

<ロ> < ② > < ③ > < 三 > < 三 > 三 の Q ( g/42)

Математическая модель: полость Роша и приливное усечение диска

Осесимметричный диск формируется в пределах полости Роша, Eggleton 1983:

$$rac{r_l}{a} = rac{0.49 q^{2/3}}{0.6 q^{2/3} + \ln\left(1+q^{1/3}
ight)} \in (0.23, 0.33), \quad q = rac{M_2}{M_1}.$$

Также важно и усечение размеров диска внутри данного радиуса, вызванное приливным влиянием донора на вещество (аппроксимация по результатам работы Paczynski 1977):

$$r_{out} = r_{tidal} pprox 0.896 \left(rac{1}{1+q}
ight)^{0.0467} r_l.$$

Таким образом определяется внешняя граница диска.

### Математическая модель: уравнение диффузии

Взаимно однозначная замена радиальной переменной — удельный момент импульса:

$$h = rv_K = \sqrt{GM_2r}.$$

Уравнение, описывающее эволюцию осесимметричного диска, записывается аналогично Lynden-Bell & Pringle 1974, но присутствует дополнительный член, аналогичный Статье 1:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{(GM_2)^2}{4\pi h^3} \frac{\partial^2 F}{\partial h^2} + \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial t}\right)_{exc}$$

Здесь введена величина момента вязких сил в диске:

$$F=3\pi h\nu\Sigma.$$

Граничные условия задаются стандартно для такого типа задач:

$$F|_{h_{in}} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial h}\Big|_{\substack{h_{out} \\ h_{out} \\ h_{out}$$

### Математическая модель: вязкость и температура

Параметризация вязкости с  $\alpha$ -параметром Shakura & Sunyaev 1973 и приближение вертикального гидростатического равновесия  $z \approx \frac{c_s}{\Omega}$ :

$$\nu = \alpha c_s z = \frac{\alpha c_s^2}{\Omega}.$$

Скорость звука определяется как для идеального газа:

$$c_s^2 = \frac{\gamma k_B}{\mu m_H} T_c.$$

Здесь *T<sub>c</sub>* — температура в центральной плоскости диска, определяемая из уравнения энергетического баланса.

Математическая модель: энергетический баланс

$$T_{c}^{4} = \frac{3F\Omega_{K}^{2}}{8\pi h\sigma_{B}} \left(1 + \frac{3\tau_{R}}{8} + \frac{1}{2\tau_{P}}\right) + T_{I,A}^{4} + T_{I,D}^{4} + T_{W}^{4} \left(1 + \frac{1}{2\tau_{P}}\right)$$

Принципиальные идеи расчета представлены в работе Nakamoto & Nakagawa 1994, но есть и существенные отличия. Поэтому кратко повторим вывод уравнения. Локальный энергетический баланс в диске:

$$\dot{E}_v = 2F_z(h).$$

Поток энергии учитываем только по вертикали, так как преполагается выполнение условия локального высвечивания энергии. Это справедливо, когда  $\tau_r > 1$ . В случае, если это условие не выполняется, расчет значительно усложняется.

### Расширение модели в оптически тонкую область

Локальное высвечивание энергии предполагает, что вся энергия, приходящая на данный радиус в диске r, на данном радиусе и высвечивается. Это выполняется, если  $\tau_r > 1$ . Но данное условие не накладывает ограничений на толщу по вертикали в диске  $\tau_z$ , что позволяет расширить область применимости модели:

$$\tau_z(r) = \int_0^h \kappa_R(r) \rho(r,z) dz = \frac{\kappa_R(r) \Sigma(r)}{2},$$

$$\tau_r(r) = \int_{r_{in}/r_{out}}^r dr \int_0^h \kappa_R(r) \frac{\rho(r,z)}{h} dz = \int_{r_{in}/r_{out}}^r \frac{\tau_z(r)}{h} dr,$$

при этом справедлива оценка:

$$rac{ au_r}{ au_z} \gtrsim rac{r}{h} \gg 1.$$

Расширение модели в оптически тонкую область

В диске реализуется три характерных случая:

Классическая оптически толстая модель диска:

```
\tau_r \gg 1, \tau_z > 1;
```

 Допустимое расширение модели в оптически тонкую область:

$$\tau_r > 1, \quad \forall \tau_z;$$

Полностью оптически тонкий диск — здесь обсуждаемая модель уже не должна работать, не выполняется условие локального высвечивания энергии:

$$\tau_r < 1.$$

Далее будем детально рассматривать только первые два случая.

$$\dot{E}_v = F_z(h) + F_z(-h) = 2F_z(h).$$

Учитываемые источники нагрева и охлаждения диска:

$$F_z(h) = F_d - F_{I,A} - F_{I,D} - F_W,$$

при предполагаемом здесь и далее условии ЛТР — эти источники являются чернотельными.

1. Темп вязкой диссипации энергии:

$$\dot{E}_{\nu} = \nu \Sigma \left( r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right)^2 = \frac{9}{4} \nu \Sigma \Omega_K^2.$$

2. Собственное излучение диска:

$$F_d = \begin{cases} \sigma_B T_d^4, & \tau_z > 1, \\ 2\tau_P \sigma_B T_d^4, & \tau_z < 1. \end{cases}$$

Собственное излучение диска и его связь с центральной температурой в двух случаях Ruden & Lin 1986:

$$F_{d} = \begin{cases} \sigma_{B} T_{c}^{4} - \frac{3}{16} \tau_{R} \dot{E}_{v}, & \tau_{z} > 1, \\ \sigma_{B} T_{c}^{4}, & \tau_{z} < 1. \end{cases}$$

3. Нагрев аккретором (центральной звездой) Chiang & Goldreich 1997:

$$F_{I,A} = \begin{cases} \frac{2}{3\pi} \frac{R_2^3}{r^3} \sigma_B T_2^4, & \tau_z > 1, \\ \frac{2}{\pi} \frac{R_2^2}{r^2} 2\tau_P \sigma_B T_2^4, & \tau_z < 1. \end{cases}$$

4. Диссипация кинетической энергии вещества из ветра от донора (Статья 1):

$$F_W = \frac{GM_2M_{acc}}{2\pi r^2 r_a} = \frac{GM_2M_wr_a}{8\pi a^2 r^2}\theta(r_a - r).$$

#### 5. Нагрев донором:

$$F_{I,D} = \begin{cases} \frac{2}{3\pi} \sigma_B T_1^4 f(R_1, r, r_{max}, \delta, a), & \tau_z > 1, \\ \frac{2}{\pi} \frac{R_1^2}{a^2 - r^2} 2\tau_P \sigma_B T_1^4, & \tau_z < 1. \end{cases}$$

$$f(R_{1}, r, r_{max}, \delta, a) = \left[\frac{R_{1}}{a}\left(\frac{R_{1}^{2}}{a^{2}} + \frac{3}{2}\delta^{2}\right) - \frac{1}{2}\frac{r}{a}\delta\left(9\frac{R_{1}^{2}}{a^{2}} + \frac{3}{2}\delta^{2}\right)}{\left(1 - \frac{r^{2}}{a^{2}}\right)} - \frac{5}{2}\frac{\delta^{3}\left(1 + \frac{9}{10}\frac{r}{a}\right)}{\left(1 + \frac{r}{r_{max}}\right)^{3}}, 0\right]$$

# Нагрев донором: упрощенная иллюстрация



Иллюстрация: вид «сбоку» и «сверху» на систему при расчете нагрева донором. Не в масштабе.

◆□ → < 畳 → < Ξ → < Ξ → Ξ < つ へ <sup>(2)</sup> 19/42

Подставляем отдельные слагаемые 1-5 в общее уравнение, для двух случаев получаем:

$$\begin{cases} \sigma_B T_c^4 = \frac{1}{2} \dot{E}_v \left( 1 + \frac{3\tau_R}{8} \right) + F_{I,A} + F_{I,D} + F_W, & \tau_z > 1, \\ 2\tau_P \sigma_B T_c^4 = \frac{1}{2} \dot{E}_v + F_{I,A} + F_{I,D} + F_W, & \tau_z < 1, \end{cases}$$

или, объединяя в одно выражение для произвольной толщи:

$$\sigma_B T_c^4 = \frac{9\nu\Sigma\Omega_K^2}{8} \left( 1 + \frac{3\tau_R}{8} + \frac{1}{2\tau_P} \right) + F_{I,A} + F_{I,D} + F_W \left( 1 + \frac{1}{2\tau_P} \right).$$

То же самое в терминах температуры:

$$T_{c}^{4} = \frac{9\nu\Sigma\Omega_{K}^{2}}{8\sigma_{B}}\left(1 + \frac{3\tau_{R}}{8} + \frac{1}{2\tau_{P}}\right) + T_{l,A}^{4} + T_{l,D}^{4} + T_{W}^{4}\left(1 + \frac{1}{2\tau_{P}}\right).$$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □

# Модель непрозрачности

Непрозрачность  $\kappa_{R,P}$  вычисляется по Semenov et. al. 2003 (более реалистичная), либо по Bell & Lin 1994 (простая модельная):



Непрозрачности в разных моделях из Semenov et. al. 2003.

4 ロ ト 4 母 ト 4 臣 ト 4 臣 ト 臣 の 9 0 21/42

### Квазистационарное решение

Для произвольного момента времени t можно получить «стационарный» диск, соответствующий диску, насыщенному веществом при «замороженных» в данный момент параметрах задачи, когда все процессы принимают стационарный характер:

$$\begin{split} \frac{\partial \Sigma}{\partial t} &= \frac{(GM_2)^2}{4\pi h^3} \frac{\partial^2 F}{\partial h^2} + \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial t}\right)_{ext},\\ \frac{\partial \Sigma}{\partial t} &= 0, \quad F|_{h_{in}} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial h}\Big|_{h_{out}} = 0, \quad \Rightarrow \\ &\Rightarrow \quad \nu \Sigma = \frac{\dot{M}_{acc}}{3\pi} f(h, h_a),\\ f(h, h_a) &= \begin{cases} 1 - \frac{h_{in}}{h} - \frac{h^2}{3h_a^2} + \frac{h_{in}^3}{3h_a^2h}, & h \leq h_a,\\ \frac{2h_a}{3h} - \frac{h_{in}}{h} + \frac{h_{in}^3}{3h_a^2h}, & h > h_a. \end{cases} \end{split}$$

Именно это решение рассматривалось в Статьях 1 и 2. 🛓 🔍 🖉 🗤

# Математическая модель аккреционного диска: эволюция диска и геометрия системы

Еще раз основные уравнения задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{(GM_2)^2}{4\pi h^3} \frac{\partial^2 F}{\partial h^2} + \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial t}\right)_{ext}, & h \in (h_{in}, h_{out}(t)), \quad t > t_0, \\ F|_{h_{in}} = 0, & \frac{\partial F}{\partial h}\Big|_{h_{out}} = 0, \quad t > t_0, \quad F = 3\pi h\nu\Sigma, \quad h(r) = \sqrt{GM_2 r}, \\ \Sigma(h, t_0) = \Sigma_0(h), & h \in [h_{in}, h_{out}(t_0)], \quad q(t) = \frac{M_2}{M_1(t)}, \\ \frac{r_{out}(t)}{a(t)} = 0.896 \left(\frac{1}{1+q(t)}\right)^{0.047} \frac{0.49q^{2/3}(t)}{0.6q^{2/3}(t) + \ln(1+q^{1/3}(t))}, \\ \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{M}_w(t)}{M_1(t)} \left(1 + \frac{r_a^2(t)}{4a^2(t)} - 2\frac{r_a^2(t)}{4a^2(t)} \frac{1}{q(t)} - \left(1 - \frac{r_a^2(t)}{4a^2(t)}\right) \frac{q(t)}{1+q(t)}\right), \\ r_a(t) = \frac{2GM_2}{v_{rel}^2(t) + c_w^2}, \quad \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial t}\right)_{ext} = \frac{\dot{M}_w(t)r_a(t)}{8\pi ra^2(t)}\theta(r_a - r). \end{cases}$$

<ロ > < 合 > < 言 > < 言 > 言 の < ? 23/42

# Математическая модель аккреционного диска: центральная температура

$$\begin{cases} \nu(\mathbf{r},t) = \alpha \frac{\gamma k_B}{\mu m_H} \frac{1}{\Omega_K} T_c(\mathbf{r},t), \quad \Omega_K = \frac{(GM_2)^2}{h^3}, \quad \tau_{R,P} = \frac{\kappa_{R,P} \Sigma}{2} \\ T_c^4 = \frac{3F\Omega_K^2}{8\pi h\sigma_B} \left(1 + \frac{3\tau_R}{8} + \frac{1}{2\tau_P}\right) + T_{I,A}^4 + T_{I,D}^4 + T_W^4 \left(1 + \frac{1}{2\tau_P}\right), \\ T_W^4(\mathbf{r},t) = \frac{GM_2 \dot{M}_w r_a}{8\pi \sigma_B a^2 r^2} \theta(r_a - r), \quad T_{I,A}^4(\mathbf{r},t) = \begin{cases} \frac{2}{3\pi} \frac{R_2^3}{r^3} T_2^4, \\ \frac{2}{\pi} \frac{R_2^2}{r^2} 2\tau_P T_2^4, \end{cases} \\ T_{I,D}^4(\mathbf{r},t) = \begin{cases} \frac{2}{3\pi} T_1^4 f(R_1, r, r_{max}, \delta, a), \quad \tau_z > 1, \\ \frac{2}{\pi} \frac{R_1^2}{a^2 - r^2} 2\tau_P T_1^4, \qquad \tau_z < 1. \end{cases} \end{cases}$$

<ロ > < 合 > < 言 > < 言 > 言 の < ? 24/42

Миграция планет: критерий устойчивости и переход к приливной миграции

Начальные орбиты планет ограничены сверху динамическим критерием устойчивости Holman & Wiegert 1998:

$$\frac{r_p^{max}}{a_{init}} = 0.464 - 0.380 \frac{1}{1 + q_{init}} \in (0.131, 0.225).$$

Снизу орбиты планет ограничены областью, где приливное взаимодействие со звездой становится существенным для последующей миграции, Jackson et. al. 2008:

$$\frac{r_{p}^{fin}(t)}{r_{in}} = \left(1 + \frac{117}{4Q} \left(\frac{R_{2}}{r_{in}}\right)^{5} \left(\frac{m_{p}}{M_{2}}\right) \sqrt{\frac{GM_{2}}{r_{in}^{3}}}t\right)^{2/13},$$

оценка:

$$\frac{r_p^{fin}(t)}{r_{in}} = \left(1 + 5.2 \times 10^{-8} \left(\frac{m_p}{m_{\oplus}}\right) \left(\frac{t}{yrs}\right)\right)^{2/13} \in (1.0, 5.0).$$

Математическая модель миграции планет: миграция

### первого типа

Модель миграции в настоящей работе — аналитическая. Планеты не воздействуют на параметры диска, миграция вычисляется постфактум.

С образованием диска для всех планет начинается миграция первого типа (Tanaka et. al. 2002) — без открытия щели:

$$rac{dr_p}{dt} = -(2.72+1.08eta)rac{m_p}{M_2^2}\delta^{-2}\Sigma r_p^3\Omega_p, \quad \Sigma \sim r_p^{-eta}.$$



Как миграция первого и второго типа влияет на диск. Цвет возмущения плотности. Из Armitage et. al.⊡2005: • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ • < ≥ Математическая модель миграции планет: миграция

#### второго типа

Миграция второго типа начинается при превышении планетой критической массы (Baruteau et. al. 2014):

$$rac{m_p}{M_2} = q > q_{crit} = rac{100}{Re} \left( (X+1)^{1/3} - (X-1)^{1/3} 
ight)^{-3},$$

где *Re* — число Рейнольдса на данном радиусе *r<sub>p</sub>* в диске, *X* — безразмерный параметр:

$$Re = rac{r_p^2 \Omega_p}{
u}, \quad X = \sqrt{1 + rac{3}{800} \delta^3 Re}.$$

Если критерий по массе выполняется, то планета открывает щель в диске и миграция планеты задается уравнением для миграции второго типа (Tanaka et. al. 2020):

$$\frac{dr_p}{dt} = -\frac{3}{2}\alpha\delta^2 r_p \Omega_p f^{-1}.$$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □

### Результаты: важен ли в итоге прогрев донором?

Прогрев донором проявляется в основном во внешних частях плотных дисков, мало влияет на миграцию внешних планет в сторону незначительного ее ослабления. Во внешних частях диска как правило миграция и так слабая.



 $M_1{=}7.0\;M_{\odot},\;a_{init}{=}100\;au,\; {\sf Ig}M_{acc}{=}{-}11.0,\;{-}8.4,\;{-}6.8,\;{-}24.0\;[M_{\odot}/yr]$ 

Параметры диска в системе с  $a_{init} = 100$  аи с донором  $M_{init} = 7M_{\odot}$  в различные моменты времени.

### Важен ли в итоге прогрев донором?

В тесных системах прогрев полностью блокируется самой внешней частью диска, существенно раздувающейся в результате нагрева.



Параметры диска в системе с  $a_{init} = 20$  аи с донором  $M_{init} = 7 M_{\odot}$  в различные моменты времени.

<ロ > < 団 > < 巨 > < 巨 > 三 の Q @ 29/42

### Транзиентные диски

В системах с маломассивным донором диски могут существовать очень долго, появляясь и рассеиваясь больше одного раза за время эволюции системы.



 $M_1=1.7~M_{\odot}, a_{init}=20~au, |gM_{acc}=-11.0, -8.5, -6.7, -101.6~[M_{\odot}/yr]$ 

Параметры диска в системе с  $a_{init} = 20$  аи с донором  $M_{init} = 1.7 M_{\odot}$  в различные моменты времени.

4 ロ × 4 団 × 4 国 × 4 国 × 国 の 4 0 30/42

### Транзиентные диски

Это связано с особенностью истечения ветра от донора:



# Проблема быстрой миграции первого типа

При моделировании в работе Bate et. al. 2003 менее массивные планеты, еще не открывшие щель, мигрировали быстрее, чем планеты, уже открывшие щель в диске.



Результат из Bate et. al. 2003 — при массах планет, близких к критической, наблюдается быстрая миграция первого типа.

Быстрая миграция первого типа в нашем моделировании Не наблюдается при больших значениях α. При приближенном воспроизведении параметров диска из Bate et. al. 2003 все-таки удалось увидеть подобный эффект.



Быстрая миграция первого типа. Массы планет в единицах критической массы равны 0.8, 0.9, 0.95, 1.05, 1.10  $m_{crit}$ .  $\Sigma \approx 100 \ g/cm^2$ ,  $T_c \approx 80 \ K$ ,  $\alpha = 0.004$ .

### Быстрая миграция первого типа в нашем моделировании

При больших  $\alpha$  — не наблюдается.



Нет быстрой миграции первого типа. Массы планет в единицах критической массы равны 0.8, 0.9, 0.95, 1.05, 1.10  $m_{crit}$ .  $\Sigma \approx 60~g/cm^2$ ,  $T_c \approx 70~K$ ,  $\alpha = 0.01$ .

#### Быстрая миграция первого типа в нашем моделировании

При меньших значениях  $\alpha$  эффект тоже может наблюдаться. Но приходится достаточно точно воспроизводить параметры работы.



Быстрая миграция первого типа. Массы планет в единицах критической массы равны  $0.8, 0.9, 0.95, 1.05, 1.10 \ m_{crit}$ .  $\Sigma \approx 150 \ g/cm^2$ ,  $T_c \approx 100 \ K$ ,  $\alpha = 0.001$ .

<□ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ < □ ▶ <

# Миграция ледяных гигантов

В ряде случаев наблюдается существенная миграция ледяных гигантов. С учетом набора массы такими гигантами из диска можно получить механизм образования горячих Юпитеров.



Полуось планет и темп миграции в зависимости от времени. Темп аккреции вещества приведен для представления о параметрах диска в текущий момент времени.

4 ロ ト 4 日 ト 4 王 ト 4 王 ト 王 - の 9 (\* 36/42)

# Миграция наиболее массивных гигантов

Массивные планеты мигрируют наиболее существенно, достигают областей приливной миграции и потенциально могут выпадать на родительскую звезду, давая оптические транзиенты.



Полуось планет и темп миграции в зависимости от времени. Темп аккреции вещества приведен для представления о параметрах диска в текущий момент времени. 37/42

# Изолинии миграции: заготовка для популяционного синтеза



Изолинии показывают финальные значения полуосей планет после миграции от момента образования диска до момента сброса оболочки донором. Сравниваются две модели, различающиеся значением параметра альфа.

# Изолинии миграции: заготовка для популяционного синтеза



Изолинии показывают финальные значения полуосей планет после миграции от момента образования диска до момента сброса оболочки донором. Сравниваются нестационарная и квазистационарная модели.

# Изолинии миграции: заготовка для популяционного синтеза



Изолинии показывают финальные значения полуосей планет после миграции от момента образования диска до момента полного рассеяния диска в рамках модели. Сравниваются нестационарная и квазистационарная модели.

# Выводы

- Длительные эпохи эволюции: построенная модель позволяет проводить детальный расчет эволюции аккреционного диска на протяжении длительных эпох, с учетом оптически тонких (по вертикали) дисков;
- Нагрев диска донором: оказывается наиболее существенным в оптически тонких областях диска и мало влияет на миграцию планет;
- Транзиентные диски: в системах с «маломассивными» донорами возможно существование транзиентных дисков;
- Быстрая миграция 1 типа: наблюдается при низких значениях α (≤ 0.004) и при определенных условиях в диске;
- 5. Возможный механизм образования горячих Юпитеров: удается построить в рамках модели;
- 6. Планеты, выпадающие на звезду: определяется распространенность таких планет, что позволяет поставить ограничения на наблюдаемость оптических транзиентов из-за выпадения таких планет.

# Спасибо за внимание!

Некрасов А.Д.

Для связи: nekrasov.ad15@physics.msu.ru