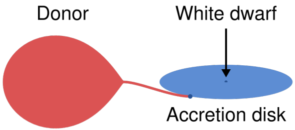
Исследование свойств фликкер-шума на примере рентгеновской новой A0620-00

О.С. Сажина, **И.И. Булыгин**, А.М. Черепащук
ГАИШ МГУ

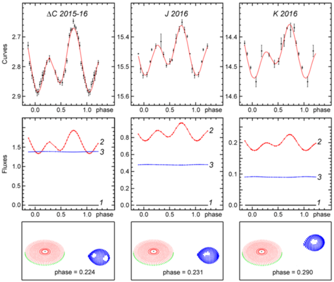
на основе Sazhina et al., Astronomy Reports 65.9 p. 839–863, 2021

26 апреля 2022 г.

Что такое фликкеринг?



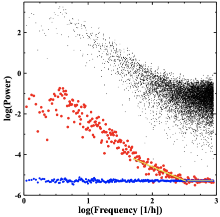
Схематическое изображение катаклизмической новой



Моделирование в [3]

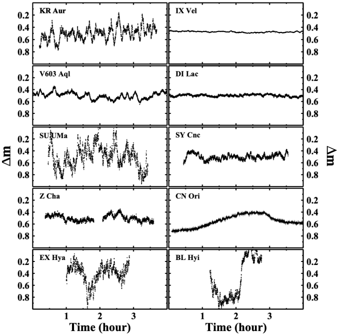
$$S(\omega) \propto \omega^{-\zeta}$$

Красные точки - бинирование вычета кривой блеска из данных в [2]. Желтая линия - степенной закон.

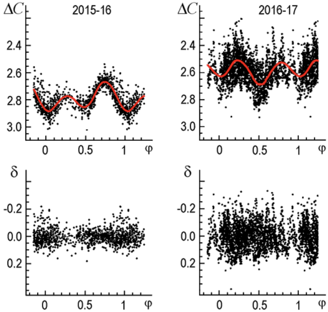


Типичный вид спектра шума из [2]

Характерные масштабы процесса



Типичный фликкер-шум в различных системах



Исходные данные в [3], используемые в нашей статье

Проблема измерения №1

- Δm_{fl} - разность звездных величин, там внутри есть кривая блеска.
- Кривая блеска - несколько компонент (компактный объект, звезда, диск...). Их никто не достает из Δm_{fl}:

$$\Delta m_{\mathsf{fl}} = -2.5 \log \left(\frac{F_{\mathsf{sys}} - 0.5 \cdot F_{\mathsf{fl}}}{F_{\mathsf{sys}} + 0.5 \cdot F_{\mathsf{fl}}} \right)$$

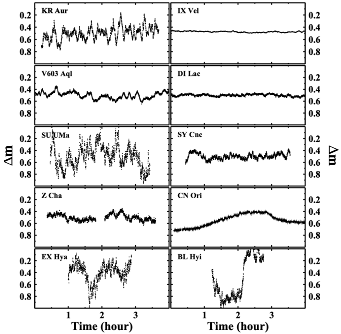
потому что они модельно зависимы.

$\Rightarrow$

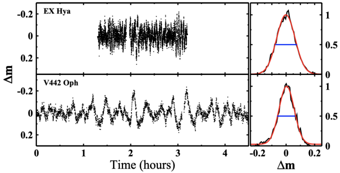
не обнаружить связи фликкеринга с параметрами системы
при любом анализе (вейвлеты [1], корреляция [2] и пр.)

Проблема измерения №2

Мы хотим амплитуду шума, поэтому любое детерминистическое поведение сглаживается дополнительными полиномами по бегущему среднему. На выходе - конечно же Гаусс.



Типичный фликкер-шум в различных системах в [2]



Выделенная шумовая компонента вспышек. Измерено FWHM.

Проверка периодичности по периодограмме. Периодограмма строится по МНК [6]:

$$\Delta m_{\text{fl}}(t) = a_1(\omega)\cos[\omega(t-\tau(\omega))] + a_2(\omega)\sin[\omega(t-\tau(\omega))] =$$

$$= a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2$$

$$\tau(\omega) = \frac{1}{2\omega}\arctan\frac{\sum_k \sin 2\omega t_k}{\sum_k \cos 2\omega t_k}$$

$$L(\omega) = \frac{1}{2}\left[\frac{(\Delta m,\varphi_1)}{||\varphi_1||^2} + \frac{(\Delta m,\varphi_2)}{||\varphi_2||^2}\right]$$

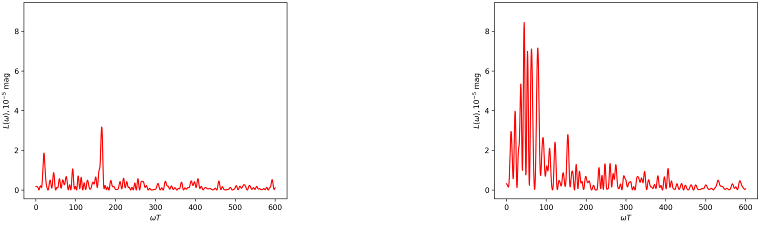
Может подойти и любой другой качественно построенный функционал (см. [7]).

Рис. 1: Пример работы функционала Ломба при поиске периодичности. Не имеет отношения к работе

False Alarm Probability

Нормированный Ломбовский спектр $\tilde{L}(\omega)$ удобен для оценки вероятности периодичности на данной частоте при количестве посчитанных частот в нем N:

$$\mathsf{FAP}_\omega = 1 - \left(1 - e^{\tilde{L}(\omega)}\right)^N$$



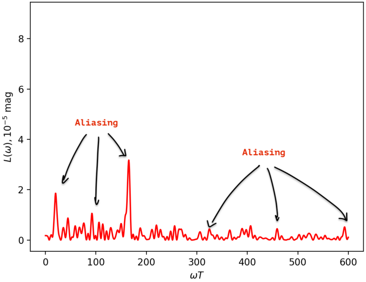
2015-2016 гг. 2016-2017 гг.

Рис. 2: Результаты для A0620-00

Есть ли тут периодичность? $\mathsf{FAP}_{\omega_{\mathbf{min}}} \ll 1$

Преимущества/недостатки

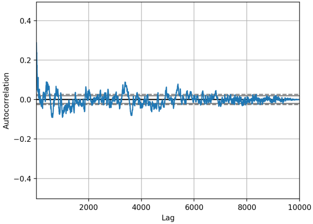
- спектр сохраняется для $\omega < 2\pi/T_{\text{sys}}$. Переход к фазе не дает эффекта на малых временах.
- элайзинг
- частоты, связанные с наблюдениями (дневные, недельные, месячные пики на периодограмме)



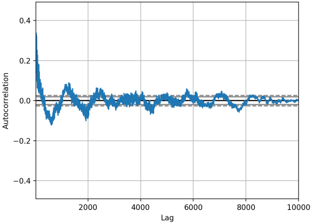
Пример элайзинга. Настоящая FAP $\approx 70\%$

Автокорреляция

Первый ноль автокорреляции сигнала - характерное динамическое время процесса. Процесс не зависит от периода системы, поэтому трансляционная инвариантность.



2015-2016 гг.



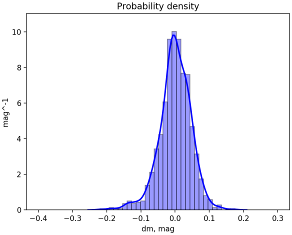
2016-2017 гг.

Рис. 3: Результаты для A0620-00. Серые линии - 99% вероятность присутствия корреляции.

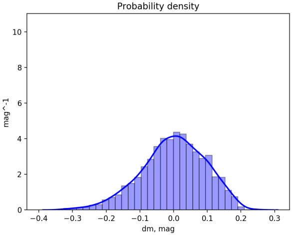
Вероятностный подход

Модели, которые проверяли:

- Модуль нормального распределения + нормальное
- Гамма-распределение
- Распределение Вейбулла



2015-2016 гг.

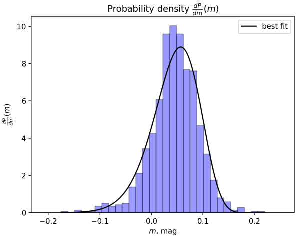


2016-2017 гг.

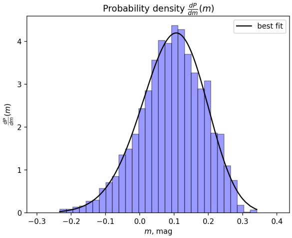
Рис. 4: Гистограммы для A0620-00. Синяя кривая - ядерная оценка плотности вероятности

$$\Gamma(k,\theta,x-x_0) = \frac{1}{\theta^k \Gamma(k)} (x-x_0)^{k-1} \exp\left(-\frac{x-x_0}{\theta} \right)\Bigg|_{x=-\Delta m}$$

$$\chi^2(6) = 6.42 \ (\gamma \approx 38\%, \text{ 2017 г.})$$
$$\chi^2(5) = 31.40 \ (\gamma < 0.1\%, \text{ 2016 г.}).$$



2015-2016 гг.

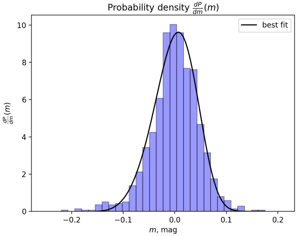


2016-2017 гг.

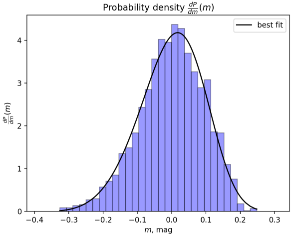
Рис. 5: Гистограммы для A0620-00, гамма-распределение.

$$W(k,\lambda,x-x_0)=\frac{k}{\lambda}\left(\frac{x-x_0}{\lambda}\right)^{k-1}\exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{\lambda}\right)^{k}\right]$$

$$\chi^2(6)=7.29\ (\gamma\approx 30\%,\ 2017\ \text{г.})$$
$$\chi^2(5)=20.3\ (\gamma<1\%,\ 2016\ \text{г.}).$$



2015-2016 гг.



2016-2017 гг.

Рис. 6: Гистограммы для A0620-00, распределение Вейбулла.

Возможные причины

Оба распределения возникают в следующих случаях:

- Рядом с минимумом χ^2 вычеты будут распределены по Вейбуллу (плохой фит?)
- Описывает вспышечные активности, такие как:
  - вероятность землетрясения [4],
  - вероятность раковых заболеваний [5],
  - распределение интервалов между нервными сигналами в нейробиологии,
  - вероятность накопления сигнала в сложных радиофизических схемах,

Это накопительные процессы, которые предшествуют вспышечной активности.

Вспышечная активность при аккреции?

Фликкеринг как броуновское движение

Нужно изучить динамические характеристики. Фрактальное случайное блуждание:

$$x(\lambda t) = \lambda^H x(t)$$

Выделяем из временного ряда на $[0, T]$ отрезок Θ длиной $\tau < T$ и считаем для него отношение R/S:

$$R(\tau) = \max X(t, \tau) - \min X(t, \tau)$$

$$X(t, \tau) = \sum_{t_k < t} (x(t_k) - \bar{x}_\tau)$$

$$S(\tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{t_k \in \Theta} (x(t_k) - \bar{x}_\tau)^2}$$

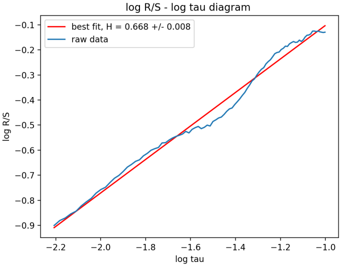
Оказывается:

$$\left\langle R/S \right\rangle_\Theta \sim \tau^H$$

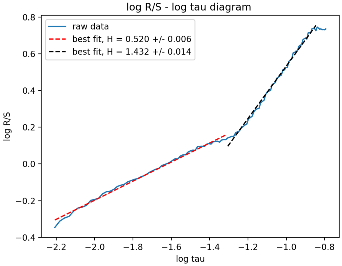
H - параметр (экспонента) Херста

Фликкеринг как броуновское движение

- $H < 0.5$, анти-персистентный процесс,
- $H = 0.5$, одномерное случайное блуждание,
- $H > 0.5$, персистентный процесс,



2015-2016 гг.



2016-2017 гг.

Рис. 7: Оценка экспоненты Херста для A0620-00, аналогичная [1]

Спасибо за внимание!

e-mail: 8.2bulygin@gmail.com

Список литературы

[1] G. Anzolin и др. “Wavelet andiR/i/iS/ianalysis of the X-ray flickering of cataclysmic variables”. B: *Astronomy and Astrophysics* 519 (сент. 2010), A69. DOI: 10.1051/0004-6361/201014297. URL: https://doi.org/10.1051%2F0004-6361%2F201014297.

[2] Albert Bruch. “A comparative study of the strength of flickering in cataclysmic variables”. B: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 503.1 (февр. 2021), с. 953—971. DOI: 10.1093/mnras/stab516. URL: https://doi.org/10.1093%2Fmnras%2Fstab516.

[3] A M Cherepashchuk и др. “Optical andiJ, K/i-photometry of the quiescent black hole X-ray nova A0620-00 in the passive and active states”. B: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 483.1 (нояб. 2018), с. 1067—1079. DOI: 10.1093/mnras/sty3166. URL: https://doi.org/10.1093%2Fmnras%2Fsty3166.

[4] Timangshu Chetia и др. “Weibull distribution analysis of precursory time due apparent resistivity anomaly prior to earthquakes in the vicinity of multi-parametric geophysical observatory, Tezpur, India”. B: *Geomatics, Natural Hazards and Risk* 11.1 (2020), с. 1093—1114. DOI: 10.1080/19475705.2020.1775714.

[5] Richard Peto и Peter Lee. “Weibull Distributions for Continuous-Carcinogenesis Experiments.”. B: *Biometrics* 29.3 (1973), с. 457—470. DOI: 10.2307/2529169.

[6] J. D. Scargle. “Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data.”. B: 263 (дек. 1982), с. 835—853. DOI: 10.1086/160554.

[7] Теребиж В. Ю. *Анализ временных рядов в астрофизике*. Москва, Наука, 1992.