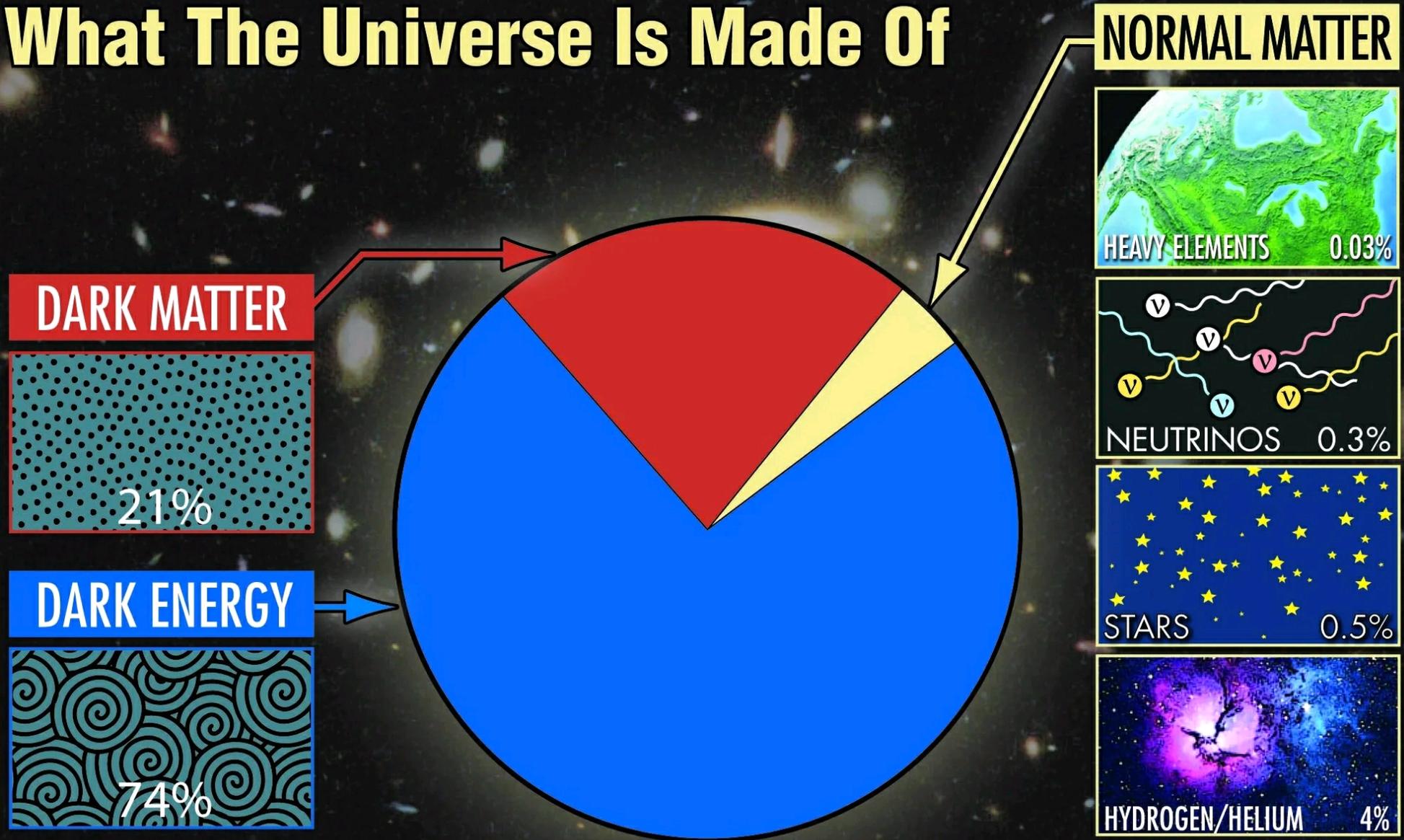


Отчет за 5 лет

С.О.Алексеев

В.Н.С., доктор физ.-мат. наук

What The Universe Is Made Of



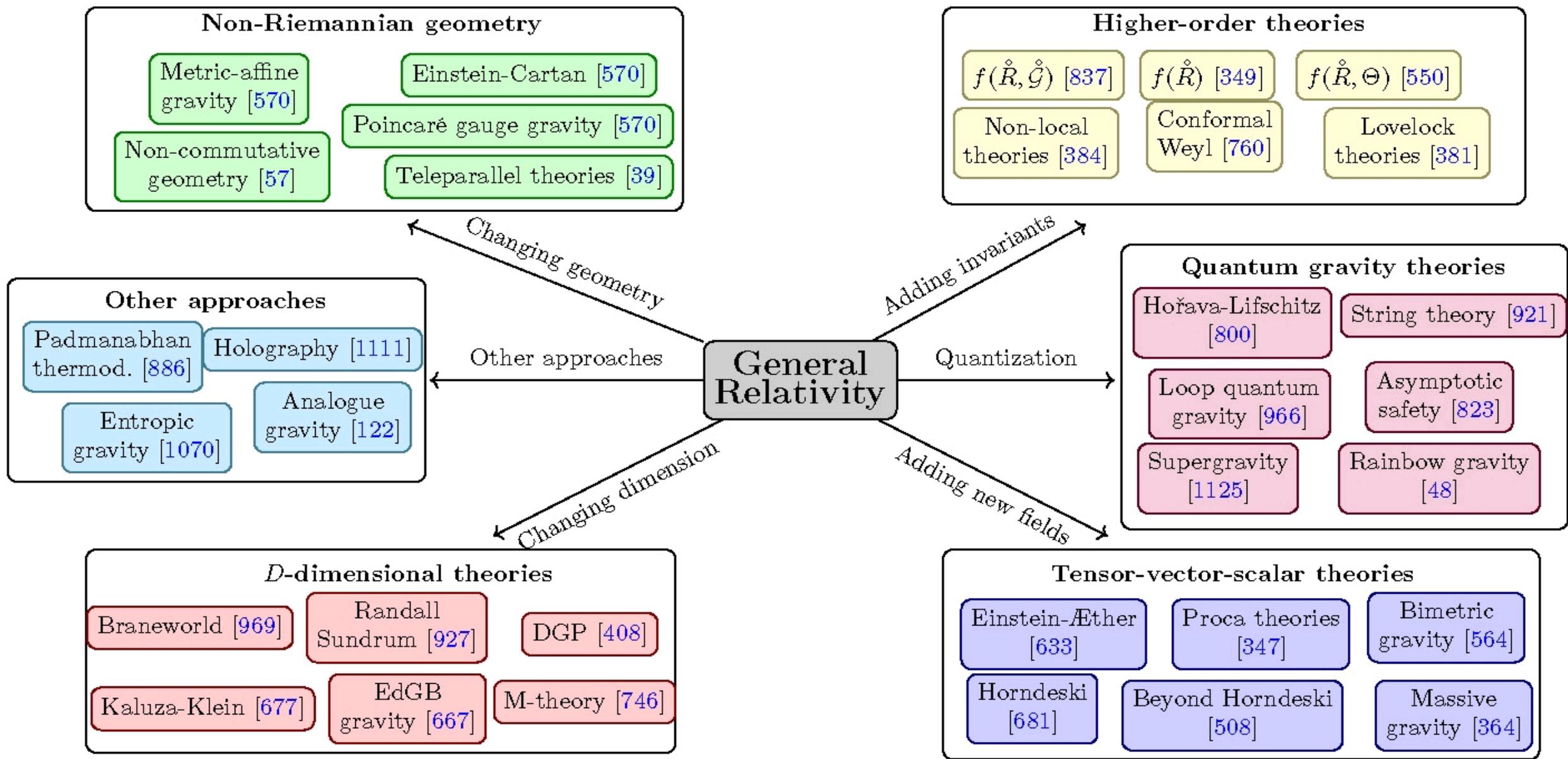


Figure 8: Representation of some possible ways of modifying GR through breaking the Lovelock's theorem along with some examples.

PPN ==> to “extend” to different energy ranges



A system of tests to constrain an extended gravity theory on different energy scales with astronomical data

Extended Gravity Constraints at Different Scales

Stanislav Alexeyev^{1,2,*} and Vyacheslav Prokopov^{1,3}

- Sternberg Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Universitetskii Prospekt, 13, 119234 Moscow, Russia; slaprok77@gmail.com
 - Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Physics Faculty, Lomonosov Moscow State University, Leninskii Gory, 1/2, 119234 Moscow, Russia
 - Department of Astrophysics and Stellar Astronomy, Physics Faculty, Lomonosov Moscow State University, Leninskii Gory, 1/2, 119234 Moscow, Russia
- * Correspondence: alexeyev@sai.msu.ru
- † This paper is an extended version of our paper published in An extended version of a conference paper The paper represents an extended version of the lecture presented by SA at XXII International Meeting “Physical Interpretations of Relativity Theory-2021” (5–9 July 2021), held at Bauman Moscow State Technical University.

Simple Summary: Simple summary We review a set of the possible ways to constrain extended gravity models at Galaxy clusters scales (the regime of dark energy explanations and comparison with Λ CDM), for black hole shadows, gravitational wave astronomy, binary pulsars, the Solar system and a Large Hadron Collider (consequences for high-energy physics at TeV scale).

Abstract: We review a set of the possible ways to constrain extended gravity models at Galaxy clusters scales (the regime of dark energy explanations and comparison with Λ CDM), for black hole shadows, gravitational wave astronomy, binary pulsars, the Solar system and a Large Hadron Collider (consequences for high-energy physics at TeV scale). The key idea is that modern experimental and observational precise data provide us with the chance to go beyond general relativity.

Keywords: general relativity; extended gravity; black hole; turnaround radius; shadow of black hole; gravitational waves; binary pulsars

PACS: 04.50.+h; 04.50.Gh; 04.80.Cc

1. Introduction

The theory of General Relativity (GR) is confirmed in all projects of experimental astronomy. However, the problems of dark energy, dark matter, the evolution of the early Universe, and the quantum theory of gravity remain open. For example, the theoretical description of the Universe’s accelerated expansion (i.e., dark energy) is realised by adding the cosmological constant to the GR action L as

$$L_{GR\Lambda} = \sqrt{-g}(R + \Lambda), \quad (1)$$

where R is Ricci scalar and Λ is the cosmological constant. The problem is that Λ -term is the best fit for the observational data. On the other hand, from the fundamental point of view, it appears to be a pure fine-tuning parameter. The next step is to consider an additional scalar field ϕ in the form of Brans–Dicke model

$$L_{BD} = \sqrt{-g} \left(\phi R + \frac{\omega}{\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + V(\phi) \right). \quad (2)$$

Such a model can reproduce the cosmological constant contribution with the help of taking the appropriate form of $V(\phi)$. Now, one has to find the origin of the scalar field in Equation (2). The same problem occurs with the inflation stage: accelerated expansion of



Citation: Alexeyev, S.; Prokopov, V. Extended Gravity Constraints at Different Scales. *Universe* **2022**, *8*, 283. <https://doi.org/10.3390/universe8050283>

Academic Editor: Salvatore Capozziello and Daniele Vernieri

Received: 9 March 2022
Accepted: 11 May 2022
Published: 15 May 2022

Publisher’s Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2022 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Horndeski gravity without screening in binary pulsars

Polina I. Dyadina^{1,2,*}, Nikita A. Avdeev^{2,3*} and Stanislav O. Alexeyev^{2,3,4*}

¹Department of Astrophysics and Stellar Astronomy, Physics Faculty, Lomonosov Moscow State University, Leninskii Gory, 1/2, Moscow 119991, Russia
²Sternberg Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Universitetskii Prospekt, 13, Moscow 119991, Russia
³Department of Celestial Mechanics, Astronomy and Gravitation, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Leninskii Gory, 1/2, Moscow 119991, Russia
⁴Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Leninskii Gory, 1/2, Moscow 119991, Russia

Accepted 2018 November 11. Received 2018 November 11. in original form 2018 August 30

ABSTRACT

We test the subclasses of Horndeski gravity without Vainshtein mechanism in the strong field regime of binary pulsars. We find the rate of energy losses via the gravitational radiation produced by such theories and compare our results with the data from quasi-circular binaries PSR J1738+0333, PSR J0737 – 3039, and PSR J1012 + 5307. In addition, we consider few specific cases: the hybrid metric-Palatin $f(R)$ -gravity and massive Brans–Dicke theory.

Key words: gravitation—gravitational waves—methods: analytical—pulsars: general.

1 INTRODUCTION

The general relativity (GR) is the universally recognized theory of gravity. It successfully describes a wide range of scales and gravitational regimes (weak field limit) in Solar system and strong field regime of binary black holes. Together with Standard model, they represent two pillars of modern physics.

Unfortunately, some phenomena cannot be explained completely in the frameworks of these two approaches. The accelerated expansion of our Universe has been found from the supernovae type Ia (SNIa) observations (Riess et al. 1999, 2004; Perlmutter et al. 1999; Spergel et al. 2007). So an extra component called “dark energy” (DE) has been introduced by Turner (1999), but the nature of this phenomenon is not fully understood. The other problem is dark matter (DM) (Oort 1932; Zwicky 1933). It is the invisible matter, which fills up galaxies and maintains itself only via the gravitational interaction. Also, this phenomenon can be described (apart from “new physics”) by changing the gravitational theory of galaxy scales (Capozziello et al. 2013; Borka Jonsson et al. 2016; Katsourinos & Moutafis 2017; Shi, Li & Han 2017). Furthermore, there is no any complete self-consistent quantum theory of gravity. All these facts lead to an increasing number of modified gravitational theories. One of the most widespread approaches to create the modified gravity is to extend GR with higher order curvature corrections and additional degrees of freedom (Alexeyev & Panuzov 1997; Alexeyev & Raman 2012). But the simplest way to modify GR remains adding of a scalar field.

The Horndeski gravity is the most general tensor-tensor theory providing the second-order field equations which evades DE.

* E-mail: polina@saia.msu.ru (P.I.); avdeev@saia.msu.ru (N.A.); alexeyev@saia.msu.ru (S.O.)

© 2018 The Author(s)
Published by Oxford University Press on behalf of the Royal Astronomical Society

ЖЭТФ. 2022, том 162, вып. 6(12), стр. 878–880

© 2022

ТЕНИ ЧЕРНЫХ ДЫР КАК ИСТОЧНИК ОГРАНИЧЕНИЙ НА РАШИРЕННЫЕ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ 2: SGR A*

В. А. Протопоп^{1,2,*}, С. О. Алексеев^{2,3,*}, О. И. Зенин⁴

¹Геофизический астрономический институт им. П. К. Штернберга, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

²Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

³Институт физики атмосферы им. А. М. Ломоносова, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

⁴Институт физики атмосферы им. А. М. Ломоносова, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

После сразу после опубликования [1] проектом Event Horizon Telescope (EHT) было получено первое прямое изображение черной дыры и центра нашей галактики. Sgr A* [2]. Полученные данные [1] демонстрируют, что модель Керра-Беннета-Ньюмана (КБН) и модель Керра-Беннета-Ньюмана с добавлением массы и вращательного момента (КБН+М) описывают наблюдения Sgr A* достаточно хорошо. Однако, для того чтобы описать наблюдения Sgr A* с помощью модели Керра-Беннета-Ньюмана с добавлением массы и вращательного момента (КБН+М) необходимо использовать значения параметров $\alpha < -0.05$, $\beta < 0$, $\gamma < 0.05$. Для альтернативного объяснения истории Бэмблби с приближением Шварцшильда ограничения становятся сильнее: $-0.05 < \alpha < 1$, $\beta < 0$, $\gamma < 0.05$. Полученные ограничения демонстрируют тот факт, что модель Керра-Беннета-Ньюмана с добавлением массы и вращательного момента (КБН+М) не является лучшей моделью для описания черной дыры.

DOI: 10.31857/S0014451021021070
EDN: LCRZ0Y

1. ВВЕДЕНИЕ

Черная дыра (ЧД) в центре нашей Галактики Sgr A* была тем, в течение которого черной дыры в центре галактики M87 [3]. Таким образом, мы получили изображение тени от черной дыры (ЧД) (расстояние до звезды космологически сравнимо друг с другом, а также использовано для проверки теорий гравитации различных расширенных теорий гравитации. Однако, что связано с массой Sgr A* от Event Horizon Telescope (EHT) совпадает с оценкой, полученной по результатам наблюдений за транзитными звездами, приращенного периода Sgr A*, что дает возможность более точно проверить применимость различных расширенных теорий гравитации, включая дополнительные ограничения на них. Например, что ограничения на радиус тени ЧД при наблюдениях Sgr A* составляют $4.3M < R < 5.3M$ [4].

В настоящее время с применением новых данных [2] существенно ограничена возможность применения [1] на модель Бэмблби (расширение ОТО с помощью неметрического поля [4]) и метрической модели Шварцшильда (TEGD) [5]. В то же время, на модель Керрорви [6], метрическую модель гравитации (как вариант гравитации, LQED) [7], космологическую гравитацию Гурсона-Беннета [8] и модель гравитации с конформной симметрией [9] пока не было сделано никаких ограничений на них.

2. ОБШЕИЗВЕСТНАЯ МЕТРИКА МОДЕЛИ БЭМБЛБИ

Напомним, что в модели Бэмблби размер тени не зависит от космологического времени [1]. Используя космологическое масштабное время $B(t) > 0$ и метрику: $ds^2 = -dt^2 + B^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$. Метрика Бэмблби отличается от метрической только компонентой $B(t)$, которая расширяется предположительно линейно с приближением Шварцшильда:

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES AND ATOMIC NUCLEI. THEORY

Extended Gravity and Black Hole Shadows: Rotation Accounting

O. I. Zenin^{1,*}, S. O. Alexeyev^{1,2,*}, A. V. Nentunova^{3,*}, A. A. Baidirina^{4,*}

¹Moscow State University, Faculty of Physics, Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Moscow, 119234 Russia
²Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Moscow, 119234 Russia
³Ural Federal University, Yekaterinburg, 620002 Russia
⁴E-mail: olga@phs.msu.ru
⁵E-mail: salezayev@gmail.com

Received February 1, 2024; revised February 12, 2024; accepted February 20, 2024

Abstract—The first images of the shadows of black holes have opened up new possibilities for testing extended theories of gravity. Using the Newman–Janis method with rotation for the $R + \tilde{R}$ model with quantum field corrections are obtained. We have shown that not all previously obtained solutions are consistent with the experimental results of the Event Horizon Telescope. So the more accurate variant to select extended theories of gravity based on black hole rotation taking into account is proposed.

DOI: 10.1134/S154747124701064X

1. INTRODUCTION

Despite of the applying the non-rotating metrics the results of the black hole shadows modelling obtained earlier [1] appeared to be in the agreement with the results of observations of M87* and Sgr A* [2]. However, to improve the accuracy of theoretical modelling one has to extend the consideration on rotating black hole metrics.

Earlier the gravity model $L = R + \tilde{R}$ (Starobinsky model) was extended with the quantum field corrections and spherically-symmetric solutions were obtained [4]. The BH solution was obtained and has the form $ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2 d\Omega^2$.

where the metric functions are:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 - 2\sqrt{f(r)g(r)}drd\varphi + r^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

$$f_r \approx \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} - \frac{\beta \partial_r^2 GM}{r^3} + O(G_2^2), \quad (2)$$

$$f_r \approx \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} - \frac{\alpha \partial_r^2 GM}{r^3} + O(G_2^2), \quad (3)$$

The values α and β are the linear combinations of gauge coefficients from Table 1 in [4]. M is the BH mass and G_2 is the effective gravitational constant. As such way of the gravity models extending is considered to be perspective it is important to check the accuracy of the discussed model predictions and to compare them with the real EHT data.

581

ЖЭТФ. 2024, том 165, вып. 4, стр. 508–515

© 2024

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ТЕОРИИ И ИЗОБРАЖЕНИЯ ТЕНЕЙ ЧЕРНЫХ ДЫР

С. О. Алексеев^{1,2,*}, А. А. Байдирин³, А. В. Нентунова³, О. И. Зенин⁴

¹Геофизический астрономический институт им. П. К. Штернберга, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

²Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

³Институт физики атмосферы им. А. М. Ломоносова, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

⁴Институт физики атмосферы им. А. М. Ломоносова, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119284, Москва, Россия

С помощью метода Ньюмана–Янса получено новое расширение теней «черных дыр» (ЧД) в гравитации с нелокальными поправками. Прямое изображение угла порядка от квантовой гравитации при моделировании тени ЧД с использованием расширяющейся метрики ЧД. Метод применим для других неметрических моделей с аналогичной структурой ЧД-теней. Показано, что в будущем при увеличении точности наблюдений и, следовательно, необходимости более точного учета пертурбационных модификаций с некоторыми случаями работы учитывать поправки и/или неметрические поправки вместо введения новых полей.

DOI: 10.31857/S0014451024010009

$$L = R + \alpha_1 R^2 + \alpha_2 R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \alpha_3 R_{\mu\nu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho} + \alpha_4 R \log \frac{\square}{r^2} + \beta R_{\mu\nu} \log \frac{\square}{r^2} + \gamma R_{\mu\nu\lambda\rho} \log \frac{\square}{r^2} + \dots \quad (1)$$

где R – скаляр Риччи, $R_{\mu\nu}$ и $R_{\mu\nu\lambda\rho}$ – тензоры Риччи и Риванса соответственно, α_i , β , γ – числовые коэффициенты, определенное в [4]. Решения вида «черная дыра» для метрики [1] (получены в квадратной (в сигнатуре $(-, +, +, +)$)

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + f(r)dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (2)$$

где f_r, f_φ – метрические функции, $f_r \approx \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} - \frac{\alpha \partial_r^2 GM}{r^3} + O(G_2^2)$, $f_\varphi \approx \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} - \frac{\beta \partial_r^2 GM}{r^3} + O(G_2^2)$.

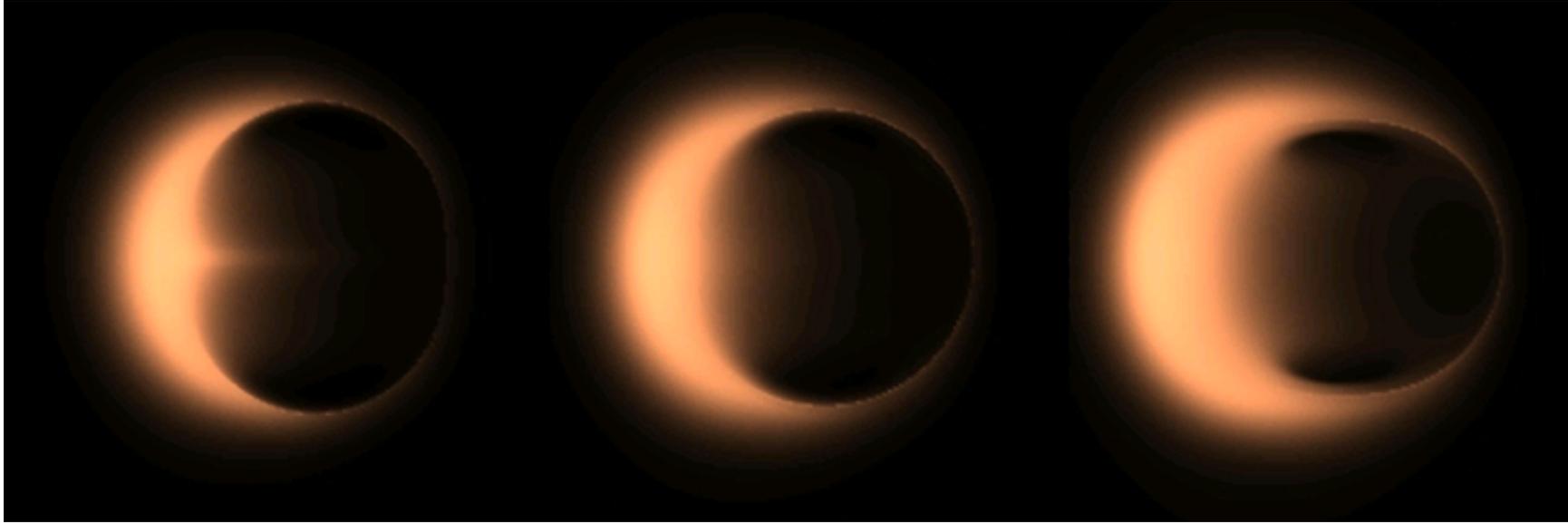
Вычислены α и β – это линейные комбинации калибровочных коэффициентов из табл. 1 в работе [4]. M – масса черной дыры (ЧД), G_2 – эффективная гравитационная постоянная.

* E-mail: alexeyev@phs.msu.ru

What to constrain and where?

- **Galaxy clusters scales: ways to explain dark energy & comparing with Λ CDM.**
- **Shadows of black holes: deviations from GR.**
- **Gravitational wave astronomy: deviations from GR.**
- **Binary pulsars: deviations from GR.**
- **Solar system: Newtonian limit and deviations from it.**
- **Large Hadron Collider: gravity at TeV scale.**

Constraints on gravity models from black hole shadows



Pic is taken from <https://www.eso.org/public/images/shadow-evt/>

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad \longrightarrow \quad ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}\right)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

A. F. Zakharov, Sov. Phys. JETP, 64, 1 (1986).

A. F. Zakharov, A. A. Nucita, F. De Paolis, G. Ingrosso, New Astron. 10, 479 (2005)

A. F. Zakharov, IJMP D 54, 2340004 (2023)

A. Zakharov, Phys. Rev. D, Vol.90, P062007 (2014)

V. Prokhorov, SA, O. Zenin, JETP, Vol.135, p.842 (2022) ...

С.А, А. Байдерин, А. Немтинова, О. Зенин, ЖЭТФ 165, 508 (2024)

Idea:

- The general form of spherically-symmetric metrics:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

- Equation of motion: $\left(\frac{d\hat{r}}{d\tau}\right)^2 + \frac{L^2}{B(\hat{r})\hat{r}^2} = \frac{E^2}{A(\hat{r})B(\hat{r})}, \quad \frac{d\phi}{d\tau} = \frac{L}{\hat{r}^2},$

- Introduce: $D = L/E$

- To calculate the shadow size one has to find maximal root of

$$u(r) = \left(\frac{d\hat{r}}{d\phi}\right)^2 = \frac{\hat{r}^4}{D^2 A(\hat{r})B(\hat{r})} - \frac{\hat{r}^2}{B(\hat{r})}, \quad u(r) = 0, \quad \frac{du(r)}{dr} = 0, \quad \frac{d^2u(r)}{d^2r} > 0.$$

Horndesky Model

$$A(r) = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{2C_7}{7r^7}$$

$$B(r)^{-1} = 1 - \frac{2M}{r} - \frac{C_7}{r^7}$$

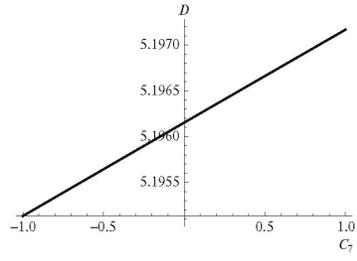


Fig. 3. The dependence of shadow size (D) versus the combination of model constants C_7 for Horndesky theory coupled with Gauss-Bonnet invariant (in the units of M , $M=1$).

E. Babichev, C. Charmousis, and A. Lehebel. JCAP, 2017. arXiv:1702.01938 V.Prokopov, SA, O.Zenin, JETP, Vol.135, P. 91 (2022), *ibid*, p.842 (2022)

Conformal gravity

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} [R - \alpha(\phi^2 R + 6\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi)] - \frac{1}{2m_2^2} C^{\mu\nu\rho\sigma} C_{\mu\nu\rho\sigma}$$

$$A(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q_s^2}{r^2} + \frac{Q_s^2 \left(-M^2 + Q_s^2 + \frac{6}{m_2^2} \right)}{3r^4} + \dots,$$

$$B(r)^{-1} = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q_s^2}{r^2} + \frac{2Q_s^2 \left(-M^2 + Q_s^2 + \frac{6}{m_2^2} \right)}{3r^4} + \dots,$$

Bumblebee model

$$S_B = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_B = \int d^4x \sqrt{-g} (\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_{gB} + \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_V + \mathcal{L}_M)$$

$$\mathcal{L}_B = \frac{e}{2\kappa} R + \frac{e}{2\kappa} \xi B^\mu B^\nu R_{\mu\nu} - \frac{1}{4} e B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - eV(B^\mu) + \mathcal{L}_M$$

$$A(r) = \left(1 - \frac{2M}{r} \right),$$

$$B(r) = \frac{1+l}{1 - \frac{2M}{r}},$$

f(Q) gravity

$$S[g, \Gamma; \lambda, \rho] = \int_M d^4x \left(\frac{1}{2} \sqrt{-g} f(Q) + \lambda \alpha^{\beta\mu\nu} R_{\beta\mu\nu}^\alpha + \rho \alpha^{\mu\nu} T_{\mu\nu}^\alpha \right) + S_{matter}$$

$$A(r) = 1 - \frac{2M_{ren}}{r} - \alpha \frac{32}{r^2},$$

$$B(r)^{-1} = 1 - \frac{2M_{ren}}{r} - \alpha \frac{96}{r^2},$$

$$2M_{ren} = 2M - \alpha \left(\frac{32}{3M} + c_1 \right),$$

Scalar Gauss-Bonnet gravity

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\kappa R + \alpha_1 f_1(\theta) R^2 + \alpha_2 f_2(\theta) R_{ab} R^{ab} + \alpha_3 f_3(\theta) R_{abcd} R^{abcd} + \alpha_4 f_4(\theta) R_{abcd} * R^{abcd} - \frac{\beta}{2} (\nabla_a \theta \nabla^a \theta + 2V(\theta)) \right] + \mathcal{L}_{mat}$$

$$A = -f(r) \left[1 + \frac{\zeta}{3r^3 f(r)} h(r) \right],$$

$$B = \frac{1}{f(r)} \left[1 - \frac{\zeta}{r^3 f(r)} k(r) \right],$$

where

$$h(r) = 1 + \frac{26}{r} + \frac{66}{5r^2} + \frac{96}{5r^3} - \frac{80}{r^4},$$

$$k(r) = 1 + \frac{1}{r} + \frac{52}{3r^2} + \frac{2}{r^3} + \frac{16}{5r^4} - \frac{368}{3r^5},$$

$$f(r) = 1 - \frac{2}{r},$$

Bumblebee model

$$A(r) = \left(1 - \frac{2M}{r} \right),$$

$$B(r) = \frac{1+l}{1 - \frac{2M}{r}},$$

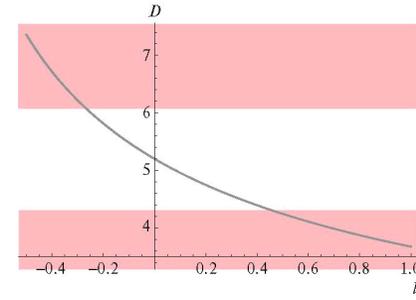


Fig. 6. The dependence of the shadow size D upon parameter l in alternative Bumblebee generalization with Schwarzschild approximation (in the units of M , $M=1$).

R. Casana, A. Cavalcante, et al., PRD 2018 arXiv:1711.02273

V.Prokopov, SA, O.Zenin, JETP, Vol.135, P.91 (2022), *ibid*, p.842 (2022)

Loop quantum gravity

$$A(r) = \left(1 - \frac{2Mr^2}{r^3 + 2Mt^2} \right) \left(1 - \frac{\alpha\beta M}{\alpha r^3 + \beta M} \right),$$

$$B(r)^{-1} = 1 - \frac{2Mr^2}{r^3 + 2Mt^2},$$

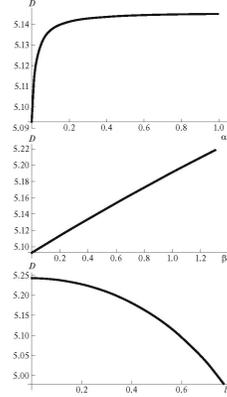


Fig. 4. The dependence of shadow size D upon the time delay α when $l = 0.5M$ and $\beta = 0.5$ (top image), upon the 1-loop quantum corrections B when $l = 0.5M$, $\alpha = 0.5$ (central image), upon the central energy density f when $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ (bottom image) for BH in modified Hayward metric in the units of M , $M=1$.

J. Hu, L. Shi, Y. Zhang, and P. Duan. Astrophysics and Space Science, 2018. arXiv:2104.07523 V.Prokopov, SA, O.Zenin, JETP, Vol.135, P. 91 (2022), *ibid*, p.842 (2022)

Conformal gravity

$$A(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q_s^2}{r^2} + \frac{Q_s^2 \left(-M^2 + Q_s^2 + \frac{6}{m_2^2} \right)}{3r^4} + \dots,$$

$$B(r)^{-1} = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q_s^2}{r^2} + \frac{2Q_s^2 \left(-M^2 + Q_s^2 + \frac{6}{m_2^2} \right)}{3r^4} + \dots,$$

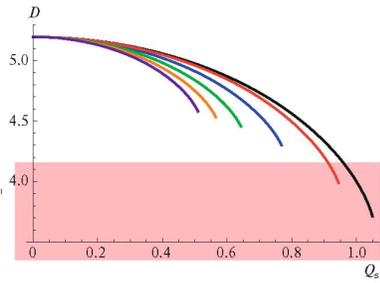


Fig. 5. The dependence of the shadow size D against the scalar charge Q_s for in new massive conformal gravity with different values of massive spin-2 mode $m_2 \rightarrow \infty$, red one corresponds to $m_2 = 2$, blue one corresponds to $m_2 = 1$, green one corresponds to $m_2 = 0.707$, orange one corresponds to $m_2 = 0.577$, purple one corresponds to $m_2 = 0.5$.

Y. S. Myung and D. Zou. PRD 2019. arXiv:1907.09676 V.Prokopov, SA, O.Zenin, JETP, Vol.135, P. 91 (2022), *ibid*, p.842 (2022)

f(Q) gravity

$$A(r) = 1 - \frac{2M_{ren}}{r} - \alpha \frac{32}{r^2},$$

$$B(r)^{-1} = 1 - \frac{2M_{ren}}{r} - \alpha \frac{96}{r^2},$$

$$2M_{ren} = 2M - \alpha \left(\frac{32}{3M} + c_1 \right),$$

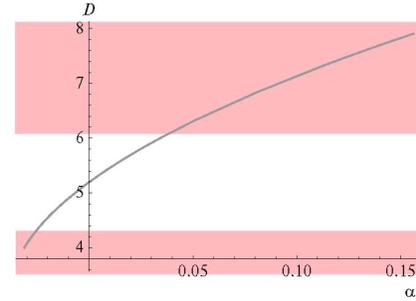


Fig. 7. The dependence of the shadow size D upon parameter α in $f(Q)$ gravity in M_{ren} units.

F. D'Ambrosio, S. D. B. Fell, L. Heisenberg, and S. Kuhn. PRD, 2022. arXiv:2109.03174

V.Prokopov, SA, O.Zenin, JETP, Vol.135, P. 91 (2022), *ibid*, p.842 (2022)

Scalar Gauss-Bonnet gravity

$$A = -f(r) \left[1 + \frac{\zeta}{3r^3 f(r)} h(r) \right],$$

$$B = \frac{1}{f(r)} \left[1 - \frac{\zeta}{r^3 f(r)} k(r) \right],$$

where

$$h(r) = 1 + \frac{26}{r} + \frac{66}{5r^2} + \frac{96}{5r^3} - \frac{80}{r^4},$$

$$k(r) = 1 + \frac{1}{r} + \frac{52}{3r^2} + \frac{2}{r^3} + \frac{16}{5r^4} - \frac{368}{3r^5},$$

$$f(r) = 1 - \frac{2}{r},$$

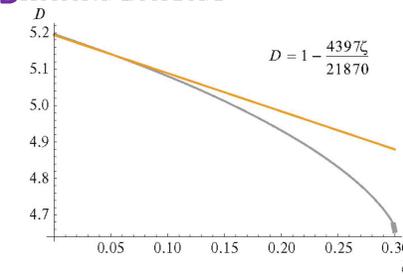


Fig. 8. The lower curve is the dependence of the shadow size D upon parameter ζ in scalar Gauss-Bonnet gravity (in the units of M , $M=1$). The top line is the first order approximation.

N. Yunes and L. C. Stein. PRD 2011. arXiv:1101.2921

V.Prokopov, SA, O.Zenin, JETP, Vol.135, P. 91 (2022), *ibid*, p.842 (2022)

Constraints for these extended gravity models

- The results in Horndesky with Gauss-Bonnet invariant, LQG, bumblebee and Gauss-Bonnet scalar models are in complete agreement with the M87* observations. For most of considered examples the the model predictions are not pass the boundary established by the existing observational data.
- In conformal gravity big values of m_2 and Q_s must be excluded (for example if $m_2 = 2$ then $Q_s < 0.9$).
- In STEGR $f(Q)$ gravity M87 observations constraint α as $-0.025 < \alpha < 0.04$.
- In alternative Bumblebee generalization with Schwarzschild approximation one obtains that $-0.3 < l < 0.45$.
- These results demonstrates the maximum that could be distinguished when a BH rotation is not taken into account.
- The upper bound on the size of the shadow for Sgr A* 5.3M appeared to be lower than for the case of M87* 6.1M, becoming comparable with the calculated size of the BH shadow in GR (about 5.2M). This fact makes possible to improve constraints on the alternative bumblebee metric ($-0.05 < l < 0.45$) from below and $f(Q)$ gravity ($-0.025 < \alpha < 0.005$) from above.

Approved Newman-Janis algorithm

$$ds^2 = -G(r)dt^2 + \frac{1}{F(r)}dr^2 + H(r)d\Omega^2 \quad \longrightarrow$$

$$g_{tt} = -\frac{FH + a^2 \cos^2 \theta}{(K + a^2 \cos^2 \theta)^2} \Psi,$$

$$g_{t\phi} = -a \sin^2 \theta \frac{K - FH}{(K + a^2 \cos^2 \theta)^2} \Psi,$$

$$g_{\theta\theta} = \Psi,$$

$$g_{rr} = \frac{\Psi}{FH + a^2},$$

$$g_{\phi\phi} = \Psi \sin^2 \theta \left(1 + a^2 \sin^2 \theta \frac{2K - FH + a^2 \cos^2 \theta}{(K + a^2 \cos^2 \theta)^2} \right),$$

$$K = H(r) \sqrt{\frac{F(r)}{G(r)}}.$$

+ additional equations on Ψ

$$\lim_{a \rightarrow 0} \Psi(r, y^2, a) = H(r)$$

$$(K + a^2 y^2)^2 (3\Psi_r \Psi_{y^2} - 2\Psi \Psi_{r,y^2}) = 3a^2 K_r \Psi^2, \Psi [K_r^2 + K(2 - K_{rr}) - a^2 y^2 (2 + K_{rr})] + (K + a^2 y^2) [(4y^2 \Psi_{y^2} - K_r \Psi_r)] = 0.$$

Horndesky theory

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r} - \frac{8\alpha_5\eta}{5r^3}\right) dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2M}{r} - \frac{8\alpha_5\eta}{5r^3}} dr^2 + r^2 d\Omega^2.$$



$$g_{tt} = - \left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2} - \frac{8\alpha_5\eta}{5r}\right),$$

$$g_{t\phi} = - \frac{2a \sin^2 \theta}{5r\rho^2} (4\alpha_5\eta + 9Mr^2),$$

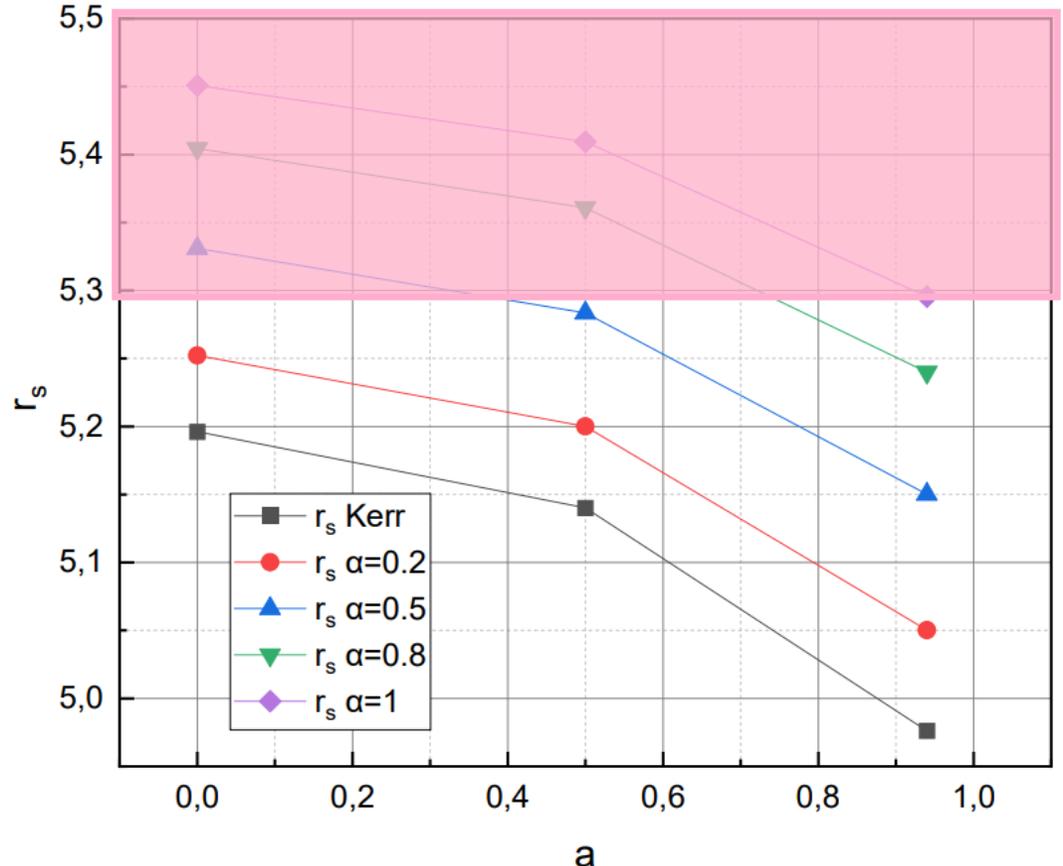
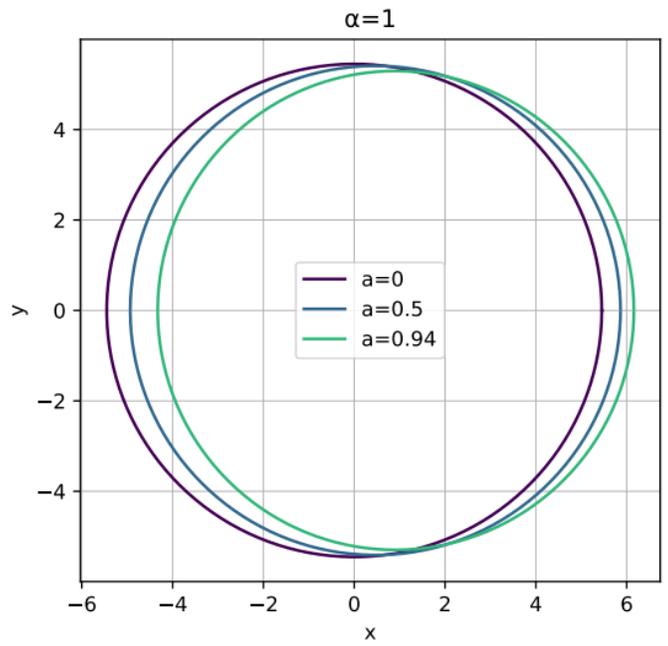
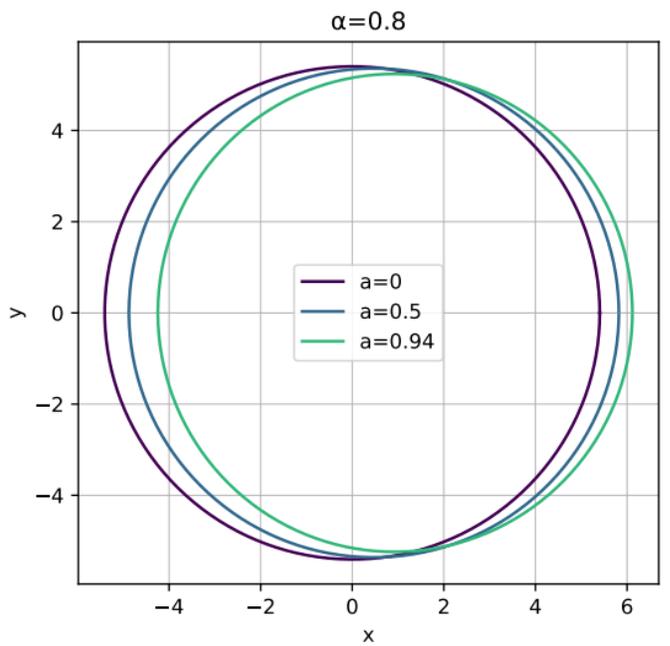
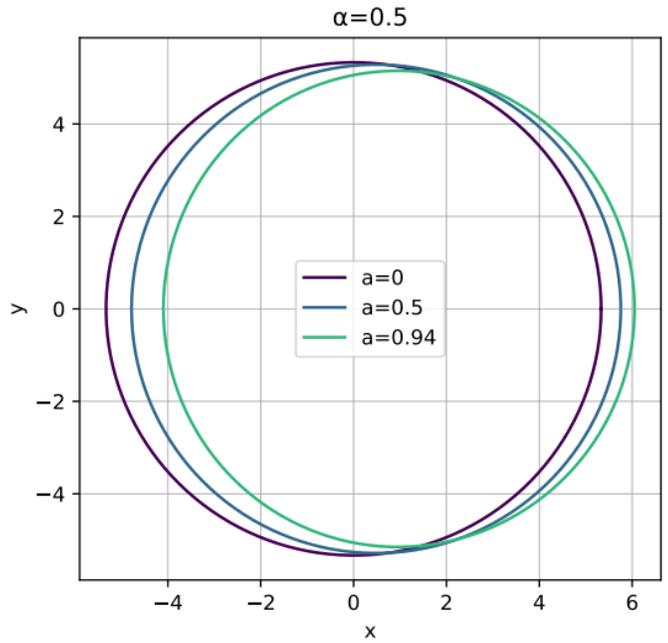
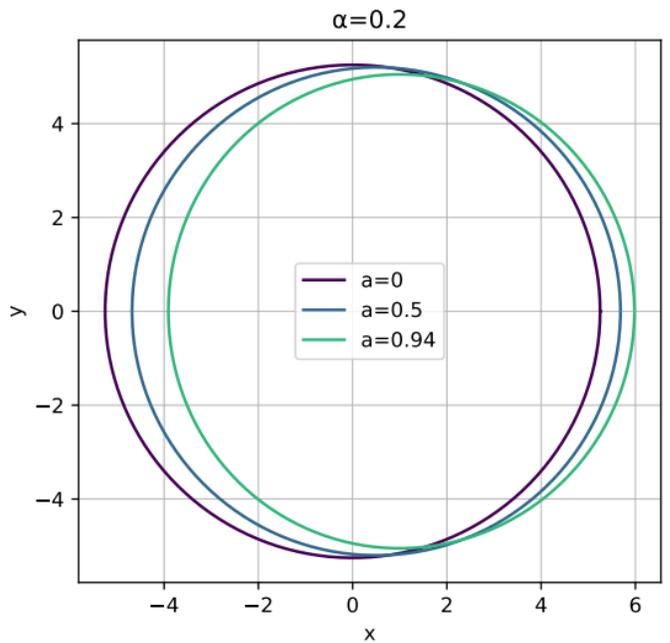
$$g_{rr} = \rho^2 \left(-\frac{8\alpha_5\eta}{5r} + a^2 - 2Mr + r^2\right)^{-1},$$

$$g_{\theta\theta} = \rho^2,$$

$$g_{\phi\phi} = \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} \left(r^4 + 2ar^2 \cos^2 \theta + a^4 \cos^4 \theta \right. \\ \left. + \frac{8a^2\alpha_5\eta \sin^2 \theta}{5r} + 2aMr \sin^2 \theta + a^2 r^2 \sin^2 \theta \right. \\ \left. + a^4 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \right),$$

Horndesky theory

The dependence of the shadow size r_s against rotation a



Bumblebee model

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \frac{1+l}{1 - \frac{2M}{r}} dr^2 + r^2 d\Omega^2,$$



$$g_{tt} = \frac{r^{-1+\sqrt{1+l}} AB}{\sqrt{1+l} CD},$$

$$g_{t\phi} = - \frac{ar^{-l+\sqrt{1+l}} EB \sin^2 \theta}{(1+l) CD},$$

$$g_{rr} = - \frac{(1+l)r^{-l+\sqrt{1+l}} B}{CG},$$

$$g_{\theta\theta} = r^{1+\sqrt{1+l}} + \frac{a^2(-4 + 8\sqrt{1+l})r^{-l+\sqrt{1+l}} \cos^2 \theta}{8 - 2(1 + \sqrt{1+l})},$$

$$g_{\phi\phi} = \frac{r^{-l+\sqrt{1+l}} \sin^2 \theta (B + 5a^2 \cos^2 \theta)}{(1+l) CD}$$

$$\times (D(1+l) - Ka^2 \cos^2 \theta),$$

$$A = (2Mr^{1+l} - r^{1+\sqrt{1+l}} - a^2 \cos^2 \theta - a^2 l \cos^2 \theta),$$

$$B = -3r^2 + \sqrt{1+l} r^2 - 3a^2 \cos^2 \theta - 4a^2 \sqrt{1+l} \cos^2 \theta,$$

$$C = -3 + \sqrt{1+l},$$

$$D = r^2 + a^2 \sqrt{1+l} \cos^2 \theta,$$

$$E = -r^2 - lr^2 - 2\sqrt{1+l} Mr^{\sqrt{1+l}} + \sqrt{1+l} r^{1+\sqrt{1+l}},$$

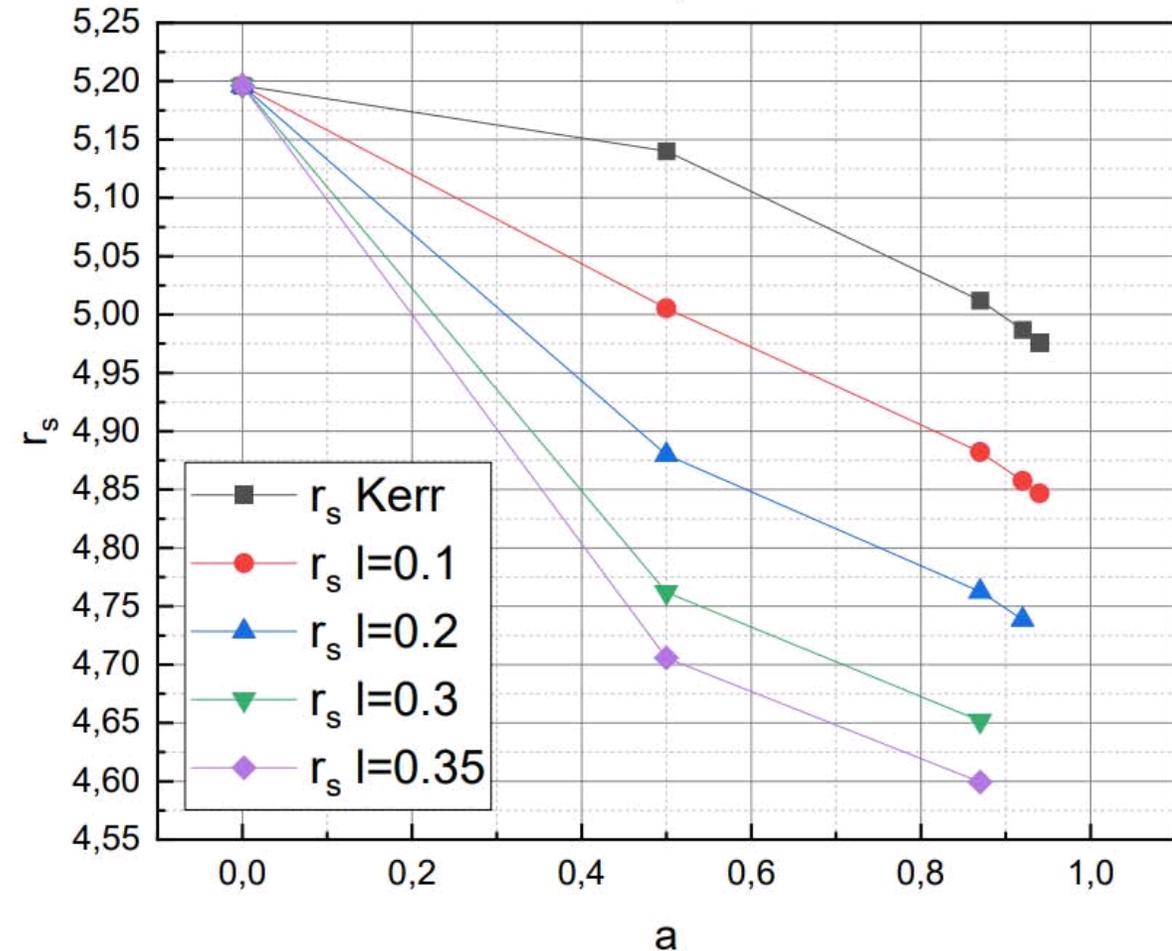
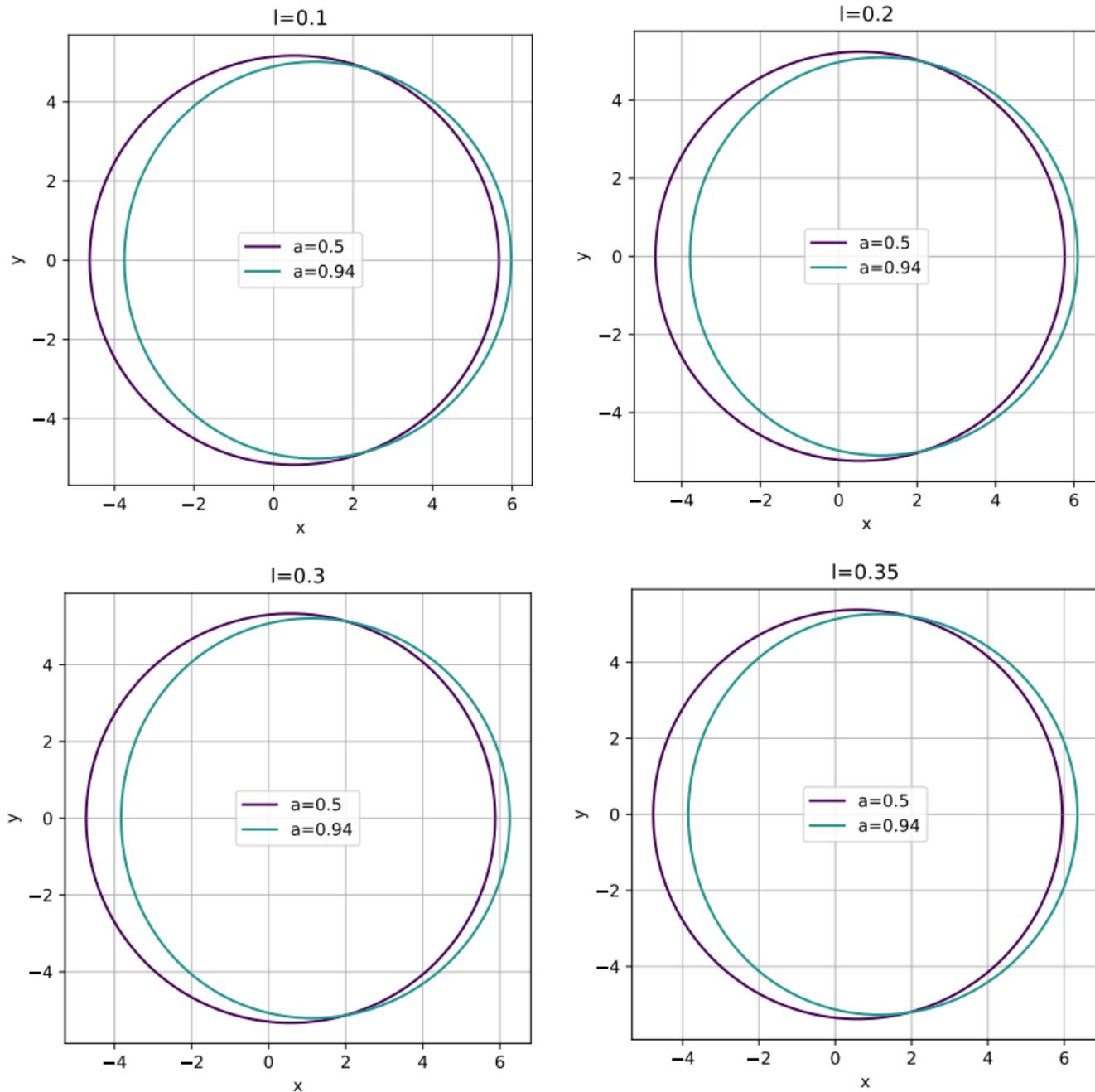
$$G = a^2 + a^2 l - 2Mr^{1+l} + r^{1-\sqrt{1+l}},$$

$$F = -2Mr^{\sqrt{1+l}} + r^{1+\sqrt{1+l}} - a^2 l \cos^2 \theta,$$

$$K = \sqrt{1+l} F - r - 2lr^2 - D.$$

Bumblebee model

The dependence of the shadow size r_s against rotation a



При анализе профилей теней и всех характеристик вместе можно сделать следующие выводы:

1. Сферически-симметричные решения для расширенных теорий гравитации содержат ряд дополнительных параметров, которых нет в наиболее простом решении ОТО --- метрике Шварцшильда. Далее, эти решения, кроме наличия одного или нескольких дополнительных параметров, имеют более сложную структуру по сравнению с метрикой Рейсснера-Нордстрема. Поэтому и получающиеся в результате генерации метрики вращающихся черных дыр имеют структуру, более сложную по сравнению с метрикой Керра-Ньюмена. Отсюда проистекают дальнейшие эффекты.

2. Наличие дополнительных параметров теории за счет более сложной структуры решения порождает наличие критических значений углового момента a_{crit} . Подобные значения существуют во всех рассмотренных теориях, кроме модели Хорндески и, частично, скалярное-тензорной гравитации Гаусса-Бонне (и то, там необходимо рассматривать значения $\chi < 0.3$, при которых обеспечено существование фотонной сферы).

3. В результате комплексного рассмотрения спектра теорий подтверждается сделанный ранее вывод, что для части рассмотренных моделей учет параметров теории или замедляет вращение и связанные с ним эффекты (наиболее ярко это проявляется для теории Хорндески и скалярной гравитации Гаусса-Бонне), или усиливает их (наиболее ярко это проявляется для модели бамблиби). Для остальных рассмотренных моделей этот эффект также присутствует, но работает не столь линейно. Таким образом, с учетом результатов в нелокальной гравитации можно заключить, что расширенная теория гравитации корректирует эффекты вращения в обоих направлениях. Это важно для дальнейшего моделирования профилей теней с учетом постоянного увеличивающейся точности фотографирования черных дыр.

4. Рассматривая зависимость параметра смещения и его близость Керровскому значению, можно сделать вывод, что первые метрики вращающихся черных дыр для трех рассмотренных теорий --- модели Хорндески, бамблиби и скалярная гравитация Гаусса-Бонне --- наилучшим образом и с минимальным количеством дополнительных параметров и ограничений работают в качестве основы для моделирования профилей теней черных дыр. По-видимому, наилучшие результаты стоит ожидать от модели Хорндески (с учетом того, что в этой теории возможны новые типы решений, так как пока все рассмотренные в литературе решения представляют частные случаи теории). Модель бамблиби обеспечивает наилучшее совпадение с метрикой Керра.

5. Несмотря на менее точное, чем первые три метрики, моделирование профилей теней, заметим, что метрика Хейворда --- метрика черной дыры без центральной сингулярности --- представляет дополнительный интерес, так как в рамках петлевой квантовой гравитации, по-видимому, удастся избавиться от обеих сингулярностей кривизны: в центре черной дыры (представленная метрика Хейворда) и в начале космологической эволюции, заменив сингулярность отскоком и обеспечив существование инфляционной стадии.

Таким образом, с учетом вращения, фотографии теней черных дыр, наравне с тестом GW170817 или постньютоновским формализмом, уже сейчас могут служить в качестве способа проверки и ограничения расширенных теорий гравитации.

Планы

Дополнительная проверка возможности использования радиусов разворота для наложения ограничений на расширенные теории гравитации: проверка дополнительных ограничений на теории из концепции радиуса разворота.

Использование данных гравитационно-волновой астрономии для наложения ограничений на расширенные теории гравитации.

Изучение возможности моделей с нелинейной реализацией симметрии моделировать не только ОТО с космологической постоянной (модель Виттена), но и более широкий класс современных моделей гравитации

Публикации:

17 статей + 6 статей в БРЭ

- 2025** *Моделирование теней черных дыр в расширенных теориях гравитации: учет вращения и связанные эффекты* Алексеев С.О., Зенин О.И., Байдерин А.А., **ЖЭТФ**, том 167, № 4
- 2025** *Ответ на комментарий А.Ф. Захарова к статье "Нелокальные гравитационные теории и изображения теней черных дыр"* Алексеев С.О., Немтинова А.В., Зенин О.И., Байдерин А.А. **ЖЭТФ**, том 167, № 2, с. 508-509
- 2025** *Отскок в неминимальной эффективной модели скалярно-тензорной гравитации* Алексеев С.О., Немтинова А.В., Зенин О.И., Байдерин А.А. **ЖЭТФ**, том 167, № 1, с. 45-48 DOI
- 2025** *Проверка теорий гравитации в режиме описания ускоренного расширения Вселенной: радиус разворота* Зенин О.И., Алексеев С.О. **ЖЭТФ**, том 167, № 5
- 2025** *Тени черных дыр в моделях Хорндески и бамбелби: учет вращения* Алексеев С.О., Байдерин А.А., Зенин О.И. **ЭЧАЯ**, том 56, № 2
- 2024** *Extended gravity and black hole shadows: Rotation accounting* Zenin O., Alexeyev S., Nemtinova A., Baiderin A. в журнале Physics of Particles and Nuclei Letters (**Письма в ЭЧАЯ**), , том 21, № 4, с. 581-583
- 2024** *Модели с поправками по кривизне и квантовыми поправками в астрофизике* Зенин О.И., Алексеев С.О., Немтинова А.В., Байдерин А.А., **Пространство, время и фундаментальные взаимодействия**, , том 1, с. 59-64
- 2024** *Нелокальные гравитационные теории и изображения теней черных дыр* Алексеев С.О., Байдерин А.А., Немтинова А.В., Зенин О.И. **ЖЭТФ**, том 165, № 4, с. 508-515
- 2023** *Тени черных дыр как источник проверки расширенных теорий гравитации* Зенин О.И., Алексеев С.О., Прокопов В.А. **Пространство, время и фундаментальные взаимодействия**, ,

2022 *Extended Gravity Constraints at Different Scales* Alexeyev Stanislav, Prokopov Vyacheslav, **Universe**, том 8, № 5, с. 283

2022 *Тени черных дыр как источник ограничений на расширенные теории гравитации* Прокопов В.А., Алексеев С.О., Зенин О.И. **ЖЭТФ**, том 162, № 1, с. 108-117

2022 *Тени черных дыр как источник ограничений на расширенные теории гравитации 2: Sgr A** Прокопов В.А., Алексеев С.О., Зенин О.И. **ЖЭТФ**, том 162, № 6(12), с. 878-880

2021 *Black Hole Shadows: a new possibility to constrain extended gravity* Alexeyev S.O., Prokopov V.A., Zenin O., **Astronomical and Astrophysical Transactions**, том 32, № 4, с. 279-288

2021 *Gravity models with nonlinear symmetry realization* Alexeyev Stanislav, Krichevskiy Daniil, Latosh Boris, **Universe**, том 7, № 12, с. 501-1-501-12 |

2021 *Inflationary solutions in the simplest gravity model with conformal symmetry* Alexeyev S., Krichevskiy D. *Physics of Particles and Nuclei Letters* (**Письма в ЭЧАЯ**), том 18, № 2, с. 128-130

2020 *Shadow from a rotating black hole in an extended gravity* Vjacheslav Prokopov, Stanislav Alexeyev **IJMP A**, том 35, с. 204060

2020 *Extended gravity at galaxy cluster's scales* Stanislav Alexeyev, Kirill Kovalkov **IJMP A**, том 35, с. 204057

2020 *Black holes and Wormholes in Extended Gravity* Stanislav Alexeyev, Maxim Senduk **Universe**, том 6, с. 25-1-25-19

2020 *Учет вращения черной дыры при моделировании формы ее тени в расширенных моделях гравитации* Алексеев С.О., Прокопов В.А. **ЖЭТФ**, том 157, № 5, с. 796-801

Доклады на конференциях: 11

Курсы:

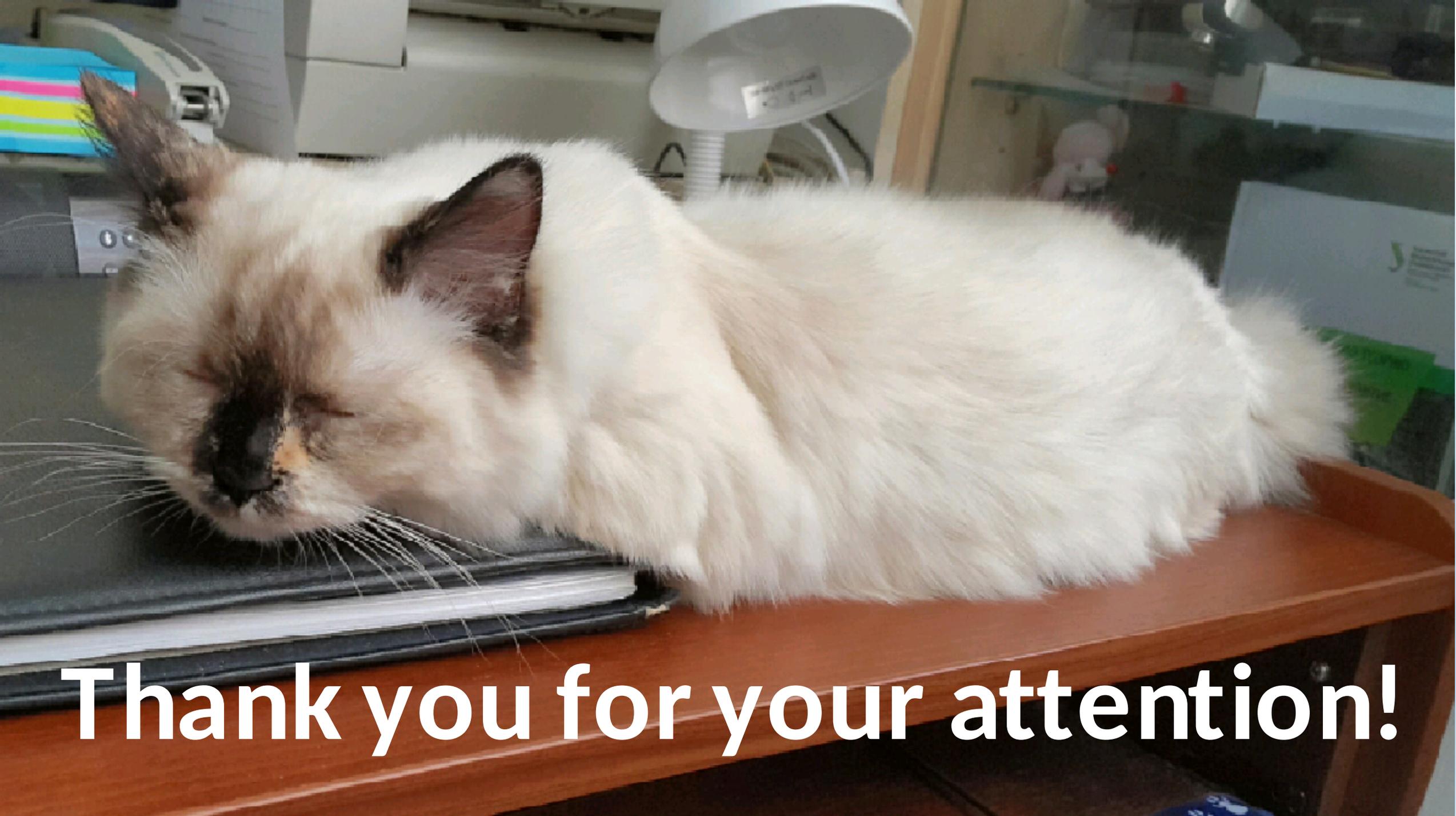
1. Общая теория относительности для астрономов: **Отделение астрономии + кафедра физики космических лучей**
2. Современное развитие общей теории относительности для астрономов: **Отделение астрономии**
3. Методы теории поля в релятивистской астрофизике: **Кафедра квантовой теории и физики высоких энергий**
4. Современные теории гравитации: **Кафедра квантовой теории и физики высоких энергий**
5. Общая теория относительности: **МГУ-Саров**
6. Современное развитие общей теории относительности: **МГУ-Саров**

PHΦ

23-22-00073

2 (3) аспиранта

5 студентов



Thank you for your attention!