Численный подход к исследованию растекающихся слоёв аккрецирующих нейтронных звёзд

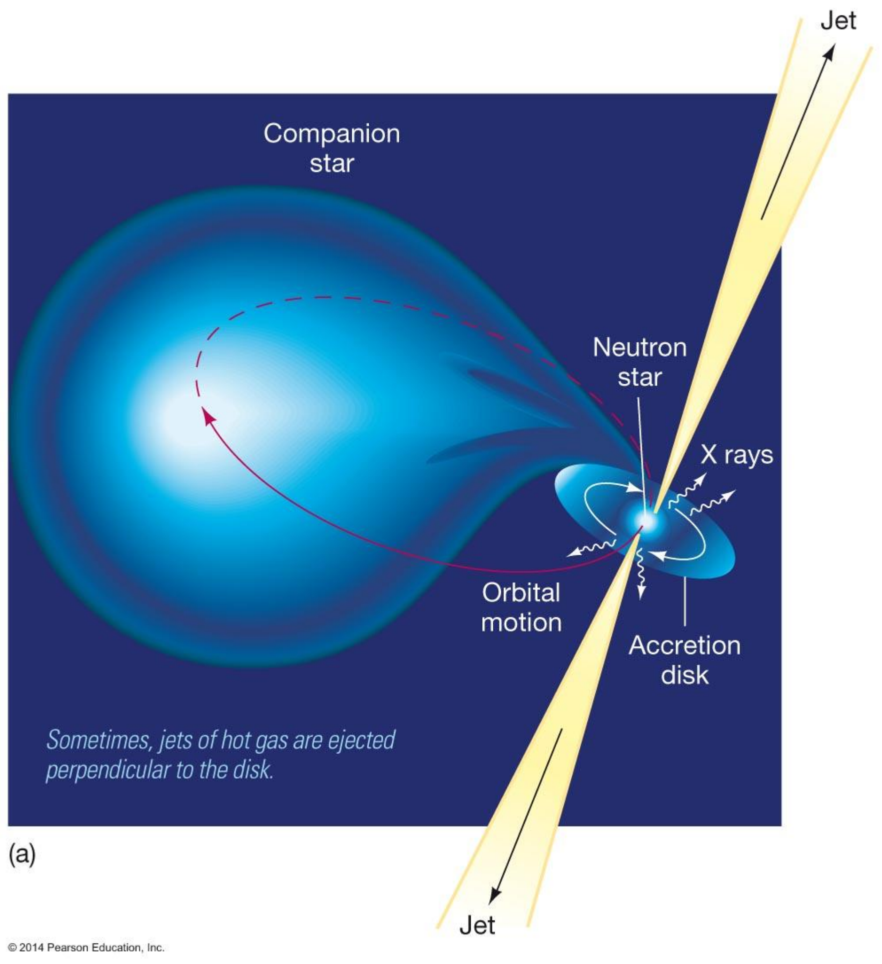
Русаков А.С., СПбГУ, кафедра астрофизики
Аболмасов П.К.,Tel Aviv University, Raymond & Beverly Sackler School of Physics and Astronomy
28.01.2025

arXiv:2412.00867

Содержание

01 Постановка задачи

Нейтронные звёзды. Аккреционные диски. Растекающийся слой. LMXB.



Нейтронные звёзды и аккреционные диски.

Маломассивные рентген двойные с нейтронными звёздами:

- Рентгеновские пульсары
- Миллисекундные пульсары
- Барстеры
- Z-type sources
- Atoll type sources

Источник излучения – аккреционный диск.
Очень тесные системы с обменом массой.
Характеризуются высокой светимостью в рентгеновском диапазоне.
Нам интересны системы со слабыми магнитными полями (< 10^8 G).

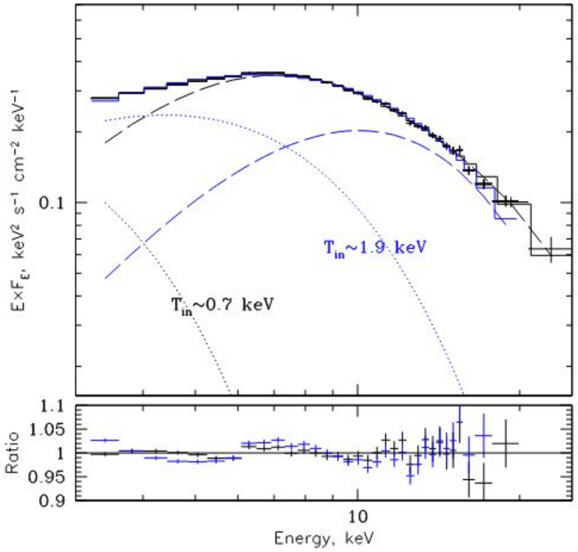


Figure 1. Example of decomposition of a typical spectrum of the NS binary in the soft state into the accretion disc and the BL components. In two cases we assumed two different shapes of the BL emission component. In the first case (shown by blue curves), we took the BL component as a single temperature black body with $kT_{\rm bb} = 2.6$ keV. In the second case (shown by black curves), the BL component was approximated by a sum of two black bodies with temperatures of 1.6 and 3.1 keV. The dashed curves show the assumed contribution of the BL, and the dotted curves are the contribution of the accretion disc (model DISKBB) with the inner disc temperature $kT_{\rm in} = 1.9$ and 0.7 keV, for the two cases, respectively. It can be seen than in spite of quite similar quality of fits (data/model ratios are within ~2%), the resulting spectral decomposition is drastically different.

(Revnivtsev, Suleimanov and Juri Poutanen, 2013)

Растекающийся слой нейтронной звезды

- Возникает в нейтронных звёздах с относительно слабым магнитным полем.
- Контакт аккреционного диска и поверхности нейтронной звезды.
- Ударная волна в радиальном направлении, затем растекание вещества по поверхности нейтронной звезды.
- Слой очень тонкий.
- Дополнительный источник углового момента.
- Растекание не обязательно симметричное.

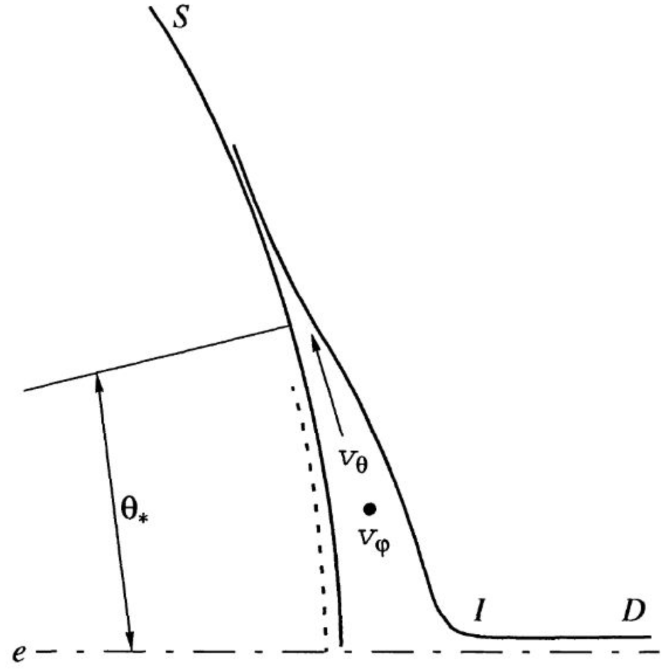


Fig. 4. Spread of the rotating plasma from the disk *D* over the neutron-star surface *S*. Here, *I* is the intermediate zone near the disk neck, $0 < \theta < \theta_*$ is the hot belt, and $\theta > \theta_*$ is the cold part of the spread layer. The rotation velocity v_φ (filled circle) is directed along the normal to the plane of the figure. The slowly circulating (in φ and θ) dense underlying layers of matter beneath the spread layer are indicated by the dashes.

(Inogamov and Sunyaev, 1999)

Пример отсутствия соосности диска и звезды.

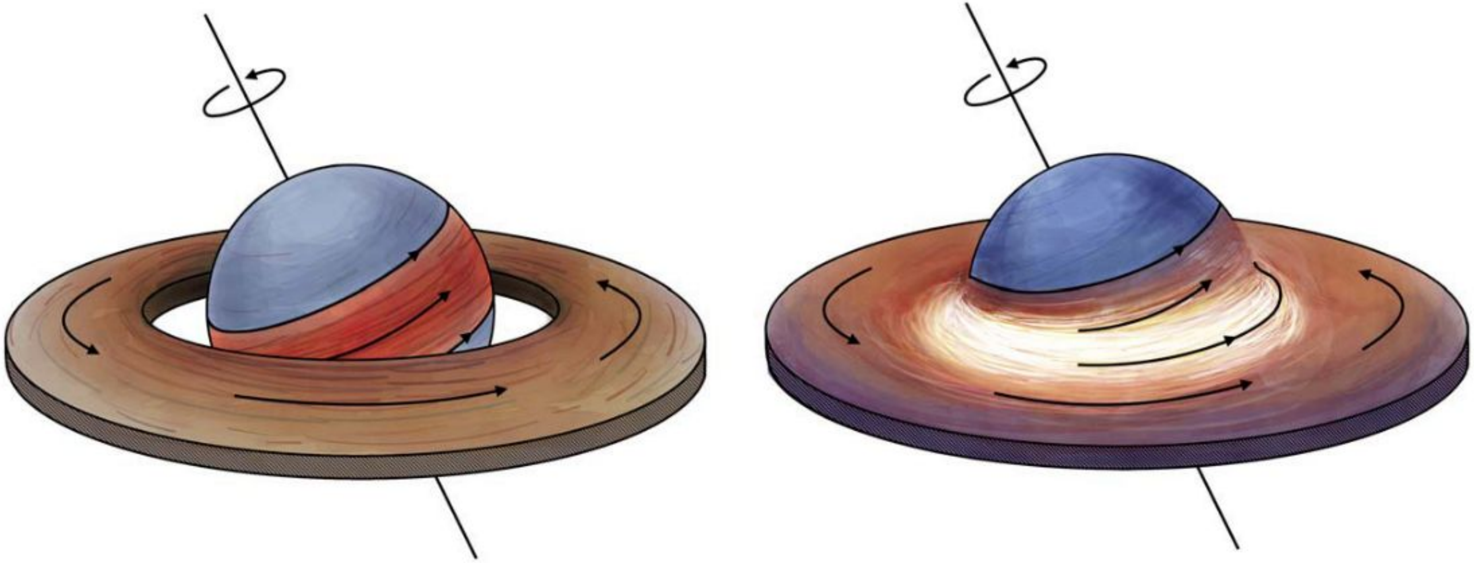
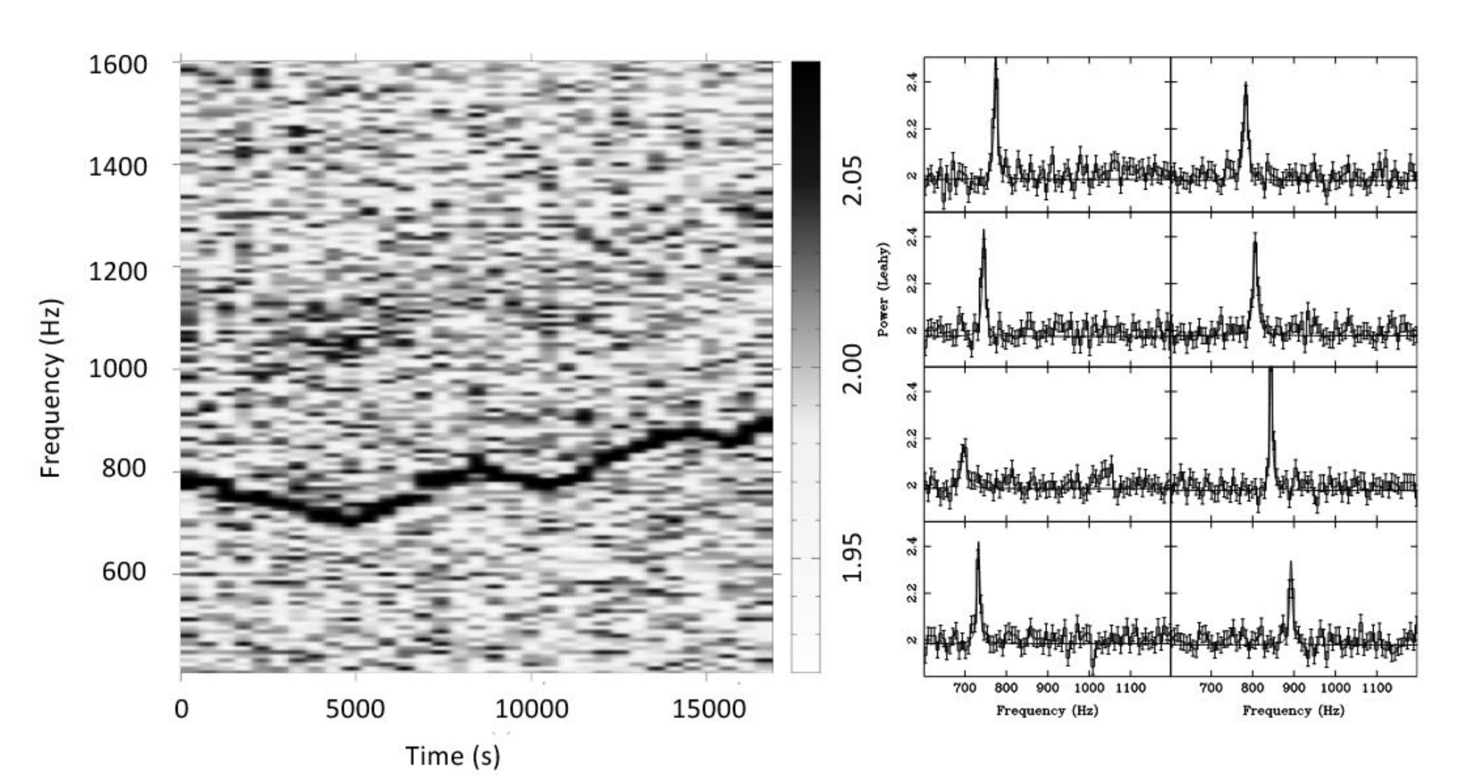


Figure 6. Illustration of a possible accretion geometry in Cir X-1. (Left) Low accretion rate case, when there is a gap between the disk and the NS surface, and the full SL is developed. (Right) High accretion rate case, where the disk touches the NS surface, and the BL is emitting (with a PA almost perpendicular to the symmetry axis of the disk).

(Rankin et al., 2023)

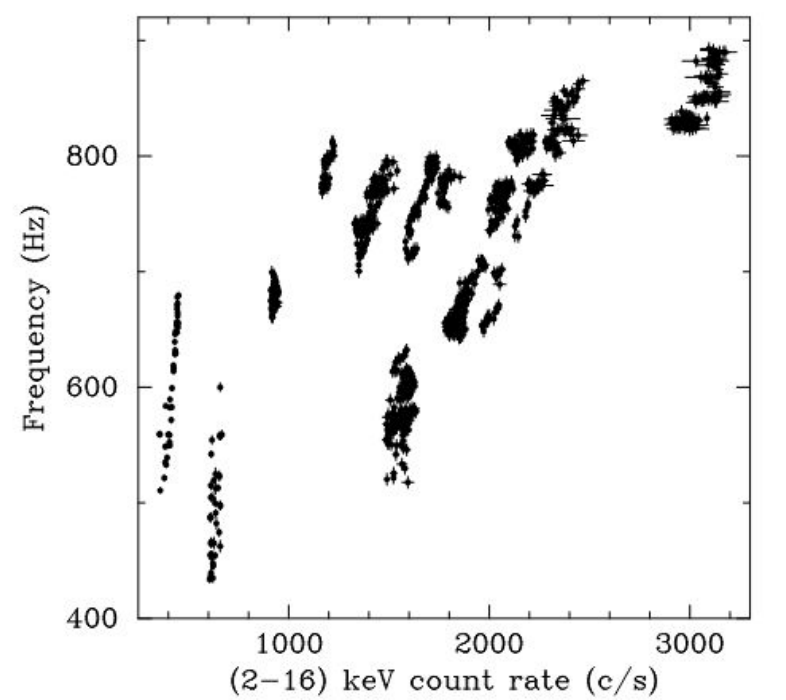
QPO



Динамический спектр мощности 4U 1728–34 и несколько отдельных спектров мощности с интервалом в 2000 секунд.

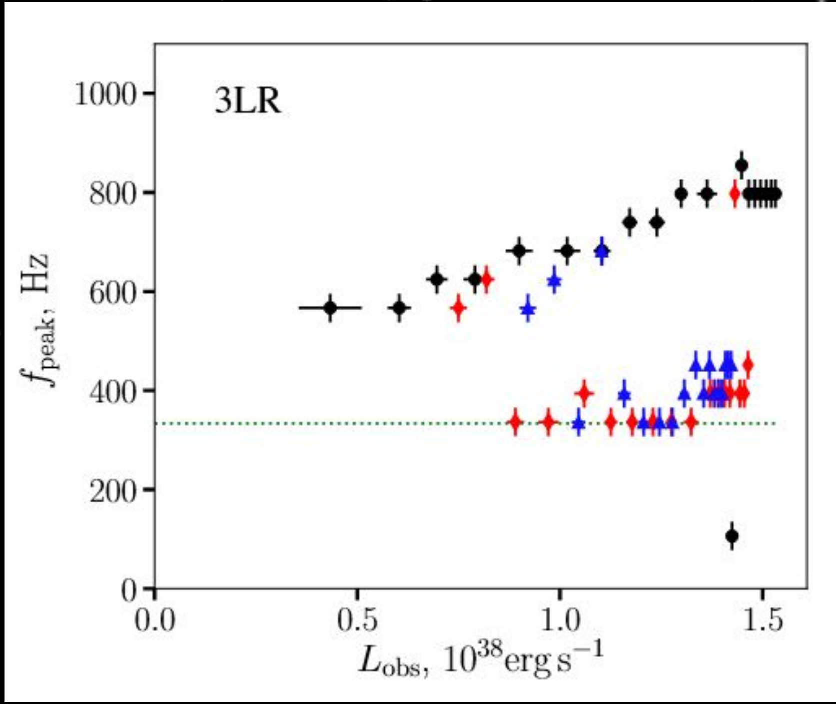
(Méndez, Belloni 2021)

Параллельные треки



Наблюдения 4U 1608−52

(van der Klis, 2001)



Численная симуляция слоя растекания

(Abolmasov, Nättilä and Poutanen, 2020)

Работы по теме и отличие нашего подхода

- Одномерные модели: (Suleimanov and Poutanen, 2006)
- Пограничный слой диска в 2д без растекания (Philippov, Rafikov, Stone)
- Сферическая модель растекания: (Abolmasov, Nättilä and Poutanen, 2020).
- Спектральный код со сферическими гармониками.
- Значимая проблема: поток вещества на поверхности сверхзвуковой.
- При использовании стандартных сеток метода конечных объёмов проблемы на полюсах.
- Наша идея: MUSCL схема 2-го порядка с приближённым решением задачи Римана на произвольной сетке.

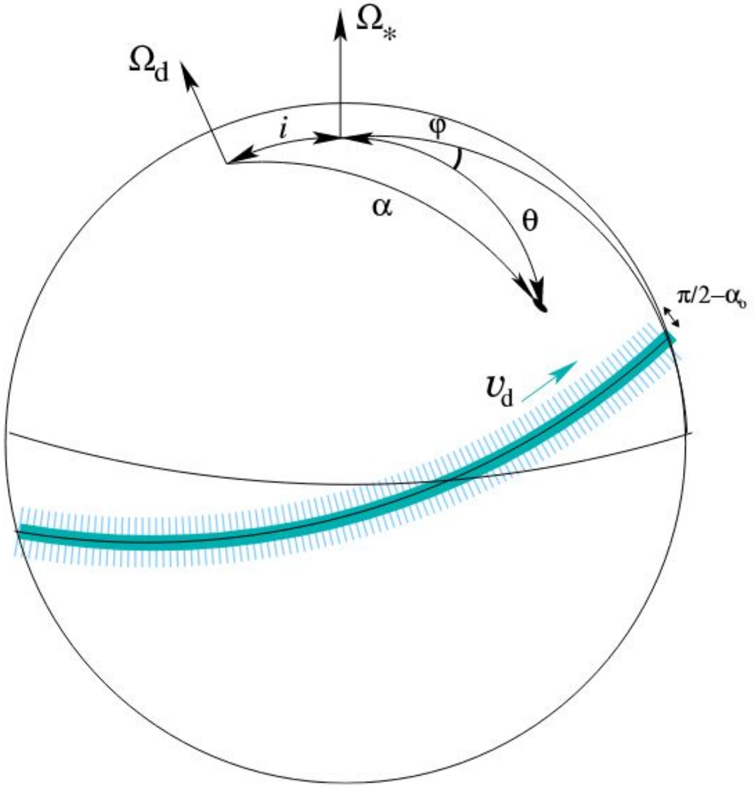


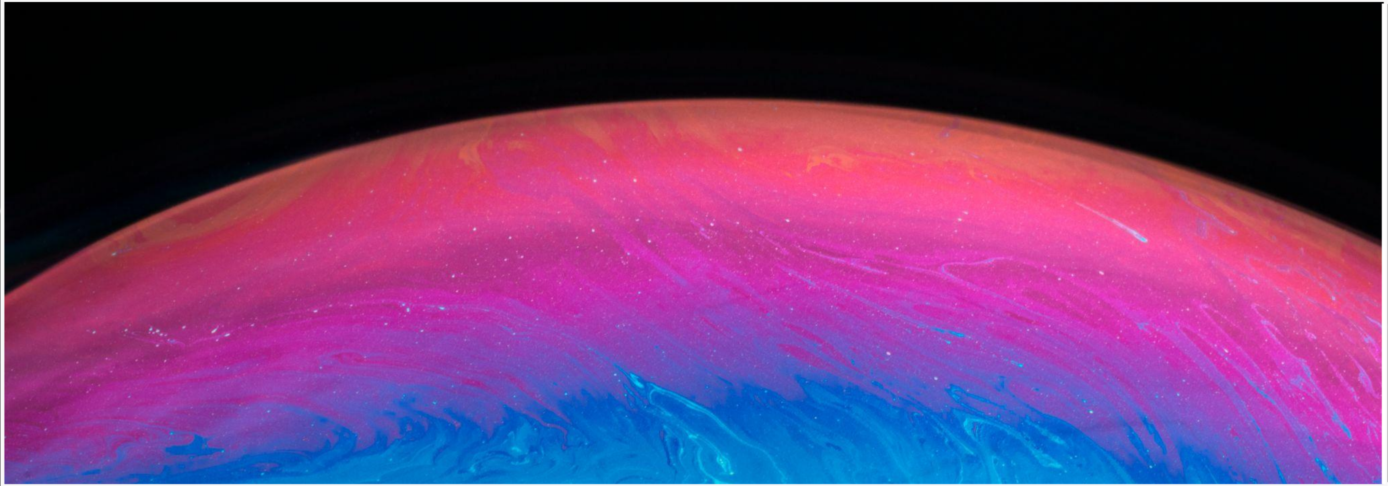
Fig. 1. Illustration of the model geometry. The tilted blue arc near the equator shows the source of mass and momentum. The spin axis of the star, marked with Ω_*, is inclined with respect to the disc axis (Ω_d), by an angle i.

(Abolmasov, Nättilä and Poutanen, 2020)

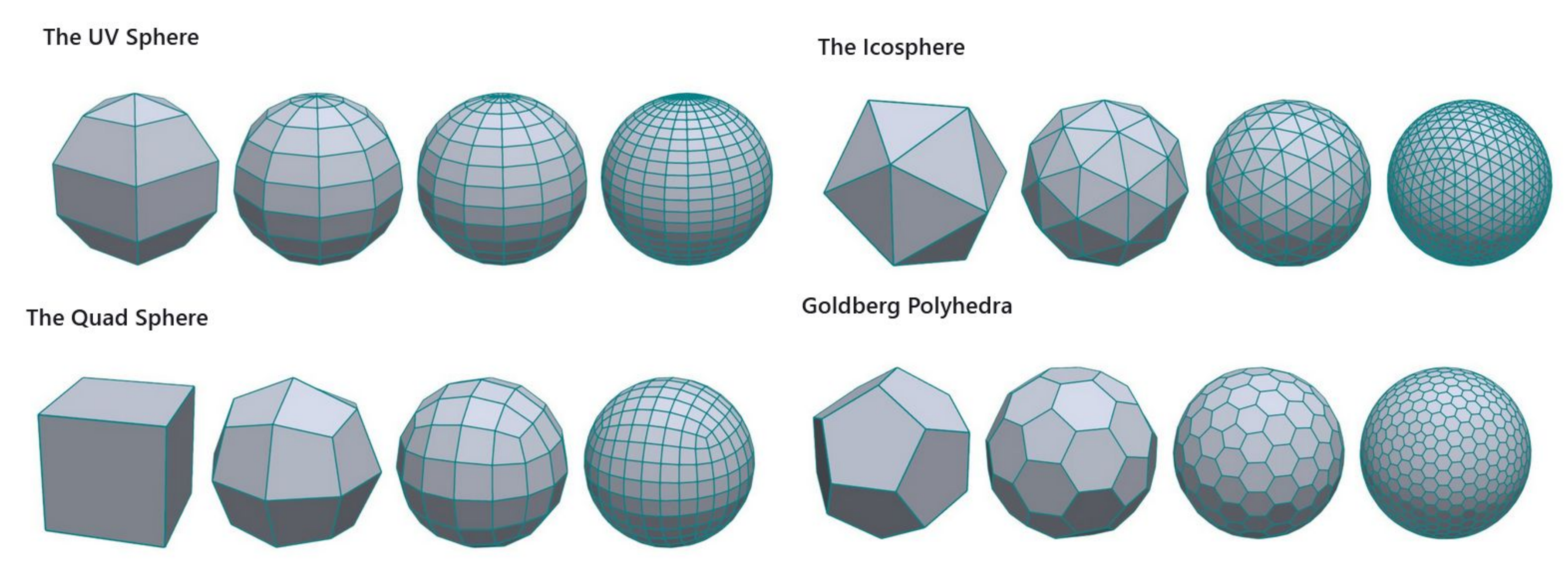
02

Численный алгоритм

Выбор сферической сетки и адаптация схемы на неё. Система уравнений. Законы сохранения.



Возможные сетки



(Sieger, 2021)

MUSCL схема для произвольной сетки на плоскости:

Цель: адаптировать схему для произвольных сеток с плоскости на сферу.

$$\partial_t u(\mathbf{x}, t) + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = 0 \qquad u(\mathbf{x}, t = 0) = u_0(\mathbf{x})$$

Разделим область определения Ω на многоугольники K_i с произвольным числом рёбер.
Пусть $\nu(i)$ –множество соседних элементов к ячейке K_i, которые граничат с ней общим ребром.
Пусть U_i^n – значение сохраняющейся переменной в момент t_n в ячейке K_i , тогда схему можно записать как:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \Delta t \sum_{\nu(i)} \frac{S_{ij}}{K_i} \phi\left(U_{ij}^n, U_{ji}^n\right).$$

Тут S_{ij} - длина ребра. K_i- площадь ячейки. ϕ - Приближённая функция решения задачи Римана.
U_{ij}^n – интерполированные значения переменной на ребре.

(C. Le Touze, A. Murrone and Guillard, 2015)

Интерполяция на ребро

$$U_{ij} = p_{ij}^{+}\varphi(r_{ij}, G_{ij})|B_i M_{ij}| + U_i$$

$$p_{ij}^{+} = \frac{U_{H_{ij}}^{+} - U_i}{|B_i H_{ij}^{+}|}$$

$$p_{ij}^{-} = \frac{U_i - U_{H_{ij}}^{-}}{|B_i H_{ij}^{-}|}$$

$$r_{ij} = p_{ij}^{-}/p_{ij}^{+}$$

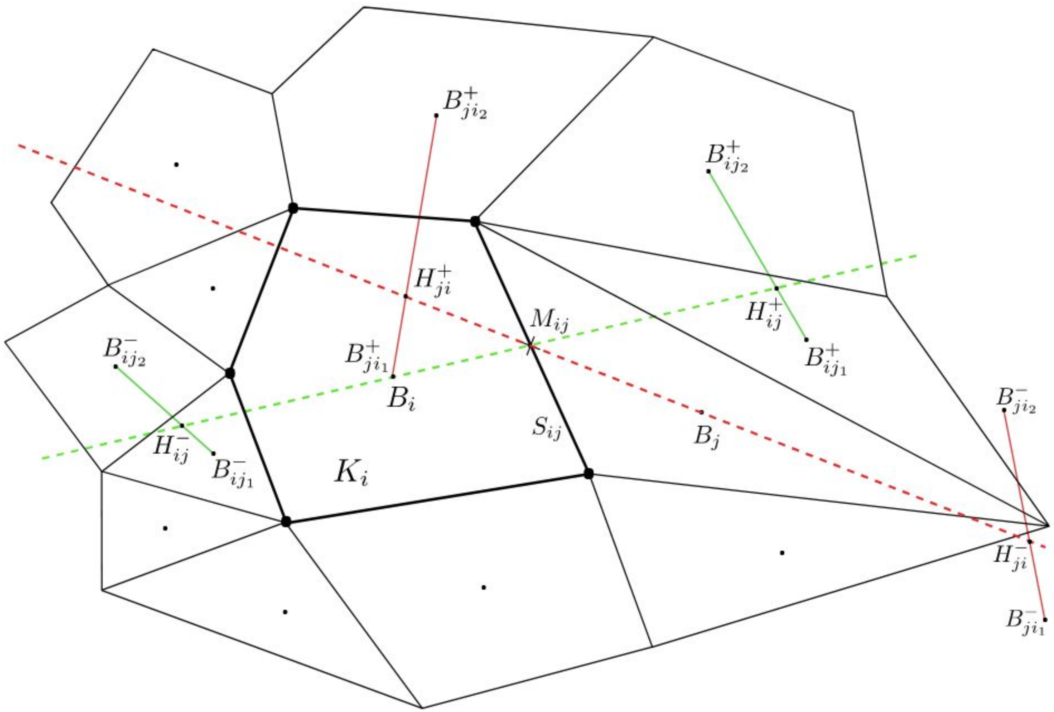


Figure 1: Forward and backward points $\boldsymbol{H}_{ij}^{+}$ and $\boldsymbol{H}_{ij}^{-}$ in the 2D configuration.

G_{ij} – Геометрические параметры.

$\varphi(r_{ij}, G_{ij})$ – Функция-ограничитель.

2 порядок ошибки интерполированных значений.

(C. Le Touze, A. Murrone and Guillard, 2015)

Функция ограничитель

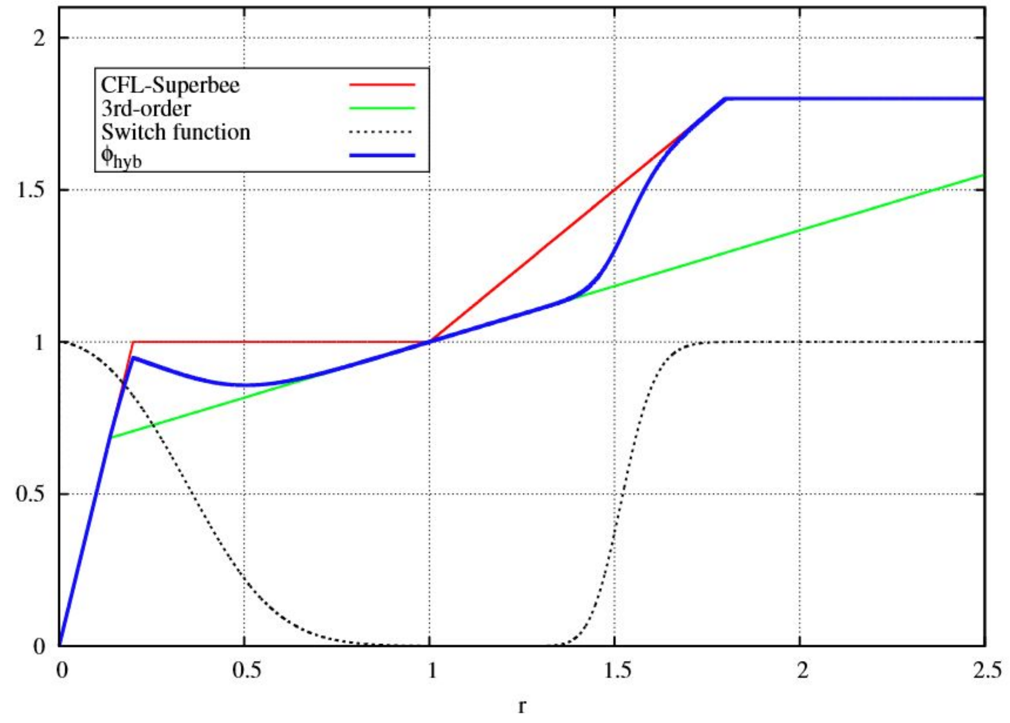


Figure 4: Switch function, pivots limiters, and hybrid limiter.

(C. Le Touze, A. Murrone and Guillard, 2015)

Приближённое решение задачи Римана

HLLC+: HLLC сольвер с поправками для устранения неустойчивости на низких скоростях и ударных неустойчивостей при больших числах Маха.

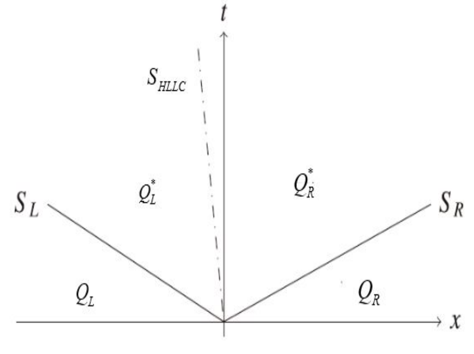


FIG. 1. *Sketch of the Riemann wave structure of the HLLC approximative Riemann solver* [30].

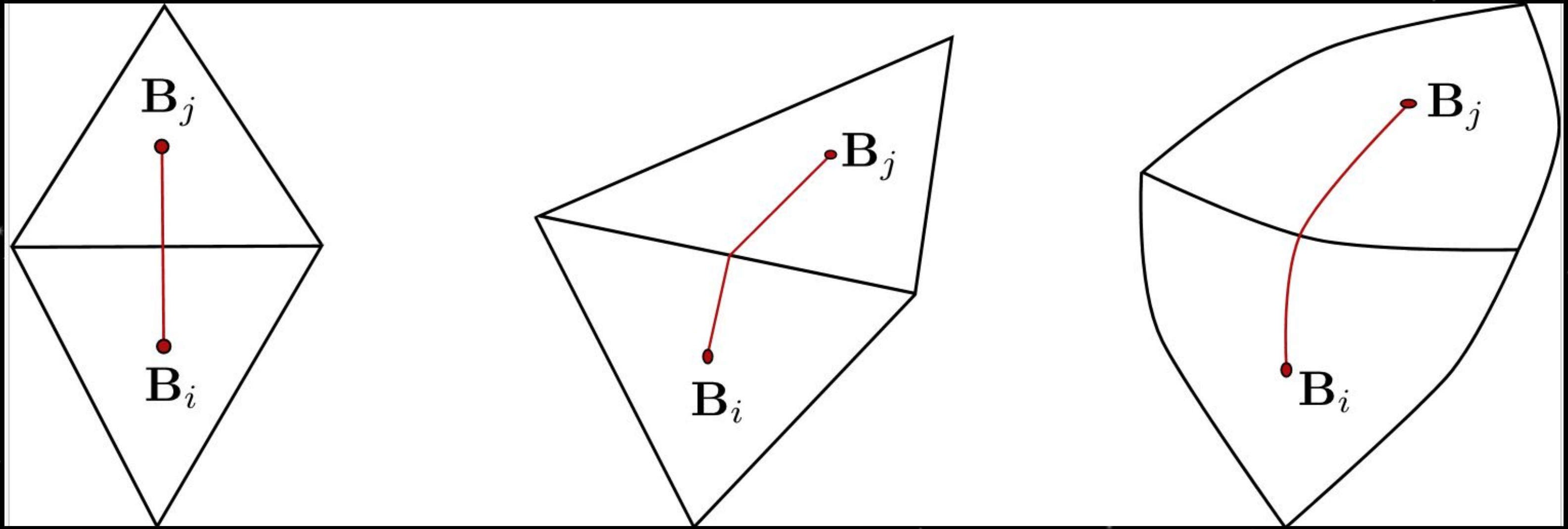
$$\text{(A.4)} \qquad \boldsymbol{F}_{1/2}^{\mathrm{HLLC+}} = \begin{cases} \boldsymbol{F}_L & \text{if } 0 \le S_L, \\ \boldsymbol{F}_L^{*\mathrm{HLLC+}} & \text{if } S_L < 0 \le S_{HLLC}, \\ \boldsymbol{F}_R^{*\mathrm{HLLC+}} & \text{if } S_{HLLC} < 0 \le S_R, \\ \boldsymbol{F}_R & \text{if } 0 > S_R, \end{cases}$$

where $\boldsymbol{F}_K$ uses (A.3) and $\boldsymbol{F}_K^{*\mathrm{HLLC}+}$ is given by

$$\text{(A.5)} \qquad \boldsymbol{F}_K^{*\mathrm{HLLC+}} = \frac{S_{HLLC}(S_K \boldsymbol{Q}_K - \boldsymbol{F}_K) + S_K p_{HLLC} \boldsymbol{D}}{S_K - S_{HLLC}} + \frac{\varphi_L \varphi_R}{\varphi_R - \varphi_L} \begin{bmatrix} 0 \\ (f^* - 1)\, \Delta U \cdot n_x + \frac{S_K}{S_K - S_{HLLC}} g\,(\Delta u - \Delta U \cdot n_x) \\ (f^* - 1)\, \Delta U \cdot n_y + \frac{S_K}{S_K - S_{HLLC}} g\,(\Delta v - \Delta U \cdot n_y) \\ (f^* - 1)\, \Delta U \cdot n_z + \frac{S_K}{S_K - S_{HLLC}} g\,(\Delta w - \Delta U \cdot n_z) \\ (f^* - 1)\, \Delta U \cdot S_{HLLC} \end{bmatrix}$$

(Chen et al., 2020)

Применение схемы на сфере



Основные отличия: нормали, длины и площади ячеек.
Прямые на плоскости = ломаные или дуги на сфере.

Уравнения газодинамики

$$\partial_t u(\mathbf{x}, t) + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = S(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{r} \times \mathbf{l} = m\left((\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}) - \mathbf{v}|\mathbf{r}|^2\right) \quad \mathbf{v} = -\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{l}}{m|\mathbf{r}|^2}$$

$$\Sigma = \int \rho \mathrm{d}h$$

$$\mathbf{l} = \int \rho(\mathbf{r}\times\mathbf{v})\mathrm{d}h$$

$$E = \int \left(e + \frac{v^2}{2}\rho + \Phi\rho\right)\mathrm{d}h$$

Isothermal: $u = \begin{pmatrix}\Sigma \\ \mathbf{l}\end{pmatrix}$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix}\Sigma(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}) \\ \mathbf{l}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}) - (\mathbf{n}\times\mathbf{R})\Pi\end{pmatrix}$$

$$\Pi = a^2\Sigma$$

Adiabatic:

$$u = \begin{pmatrix}\Sigma \\ \mathbf{l} \\ \Sigma\cdot e\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix}\Sigma(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}) \\ \mathbf{l}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}) - (\mathbf{n}\times\mathbf{R})\Pi \\ (\Sigma\cdot e + \Pi)(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v})\end{pmatrix}$$

$$e = \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \frac{\Pi}{(\Gamma - 1)\Sigma}$$

03

Тесты

Результаты численных экспериментов.

Адиабатическое решение с постоянной энтропией

If globally $P = P_0\,(\rho/\rho_0)^\gamma$,

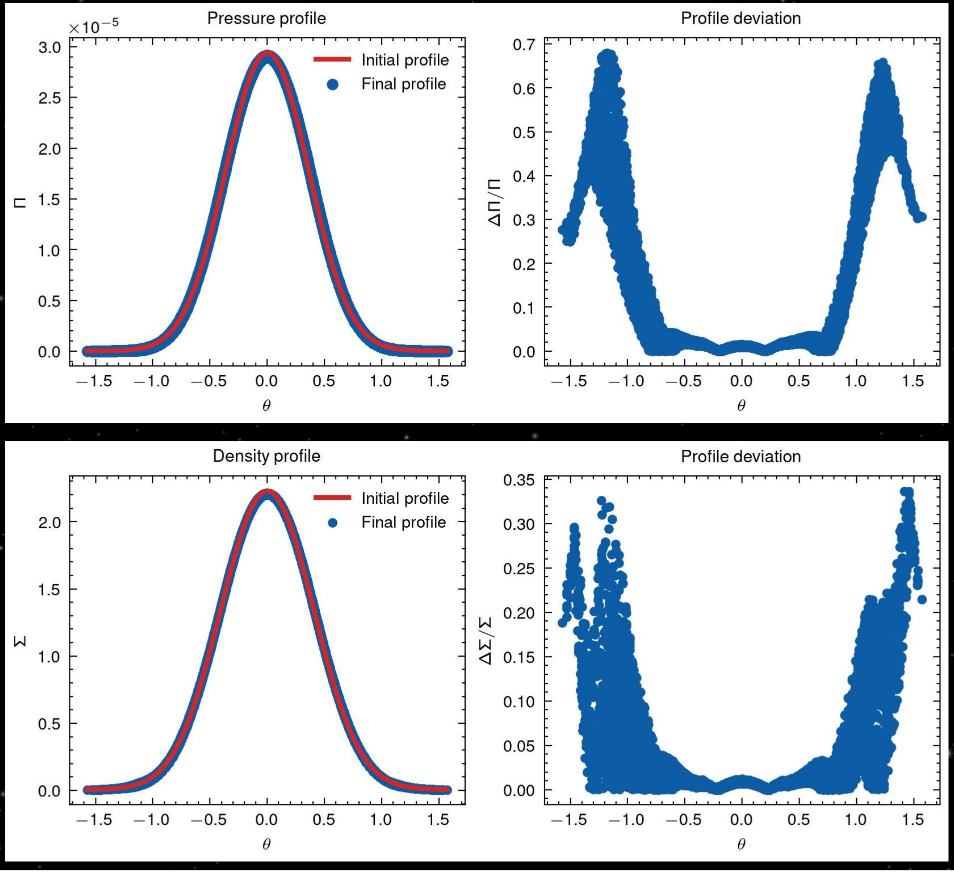
$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \sin^2\theta\right]^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

$$P = P_0 \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \sin^2\theta\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},$$

where the index ‘0‘ corresponds to the poles, and $M_0 = \frac{\Omega R}{a_0}$, $a_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$.

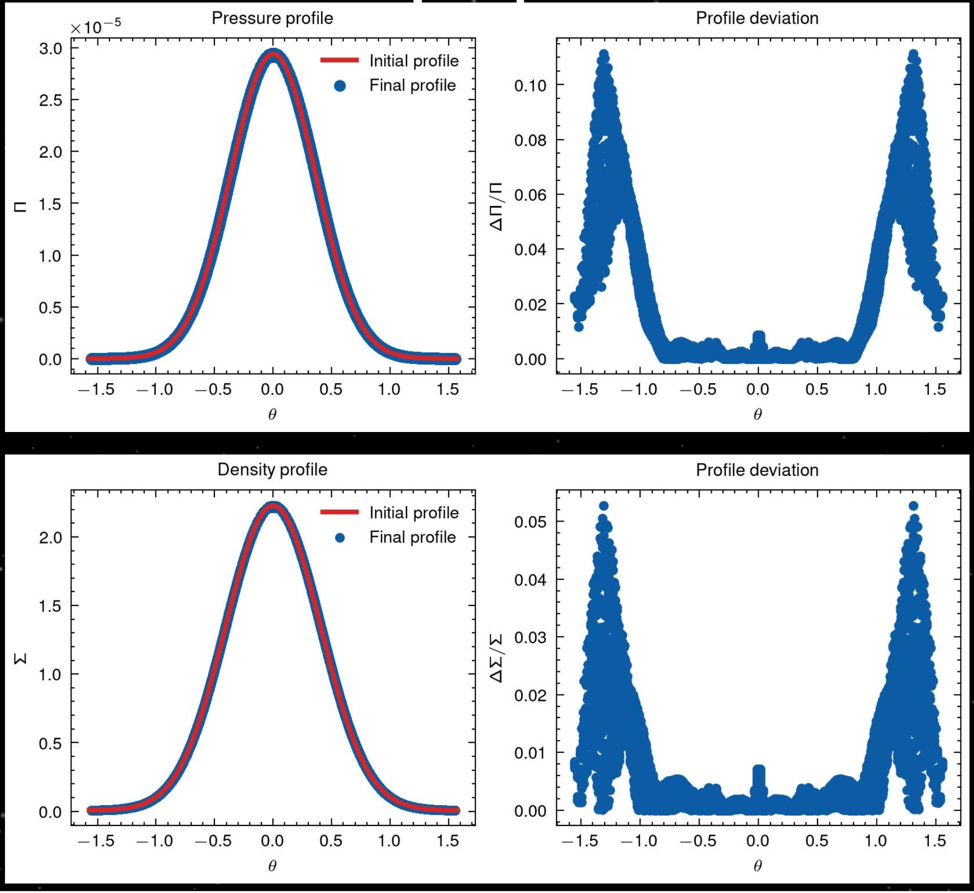
Сохранение аналитических профилей.

10 оборотов, среднее число Маха = 2.5.
Сетка гексагональная: 10242 грани.



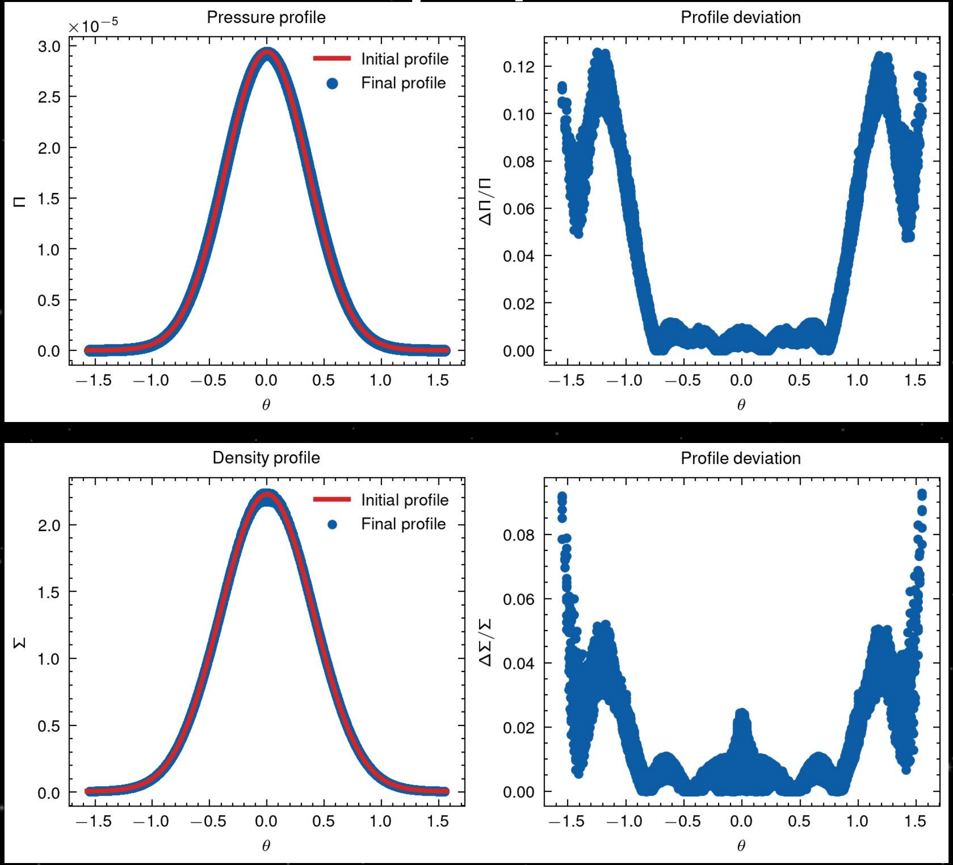
Сохранение аналитических профилей.

10 оборотов, среднее число Маха = 2.5.
Сетка квадратичная: 24576 граней.

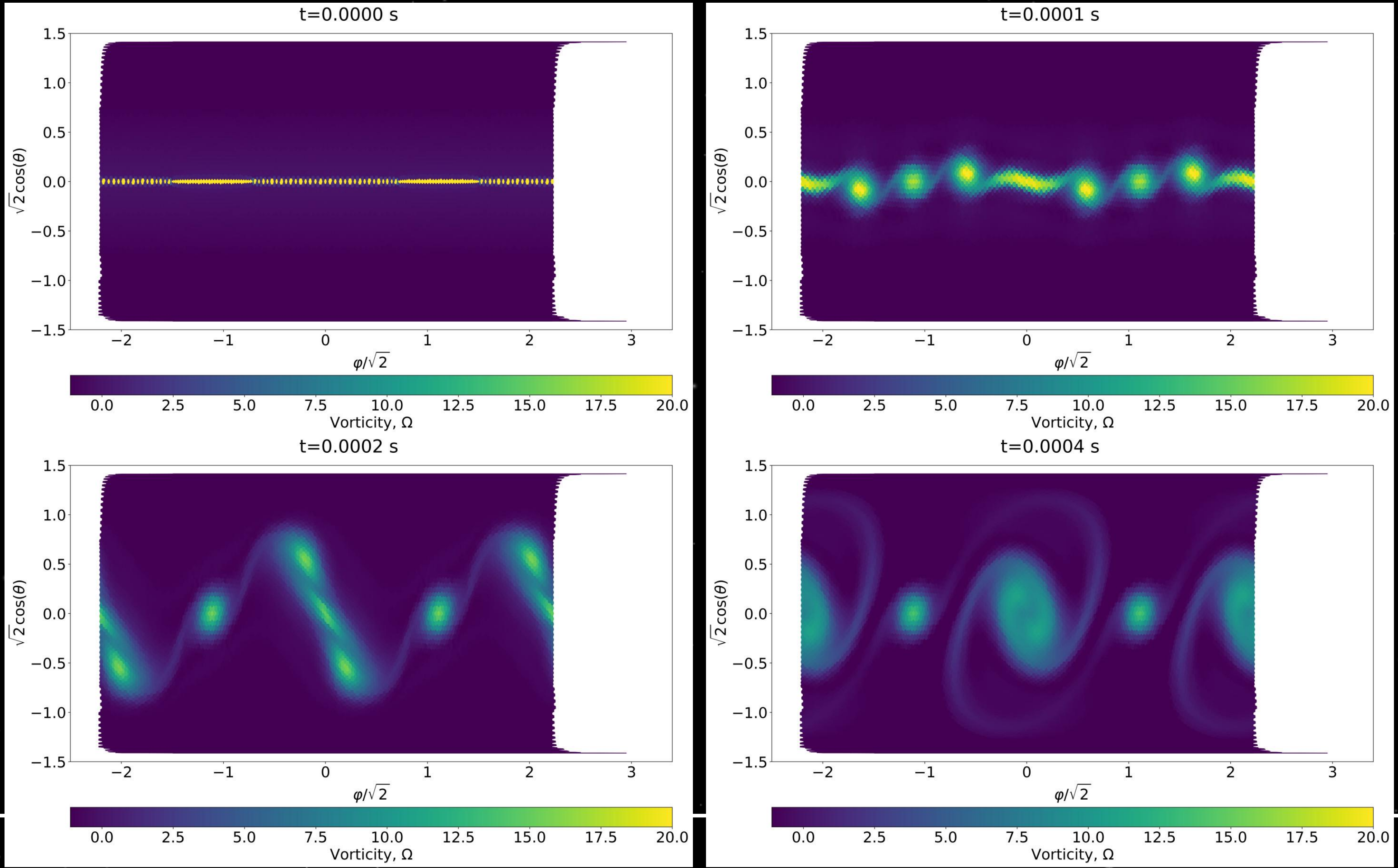


Сохранение аналитических профилей.

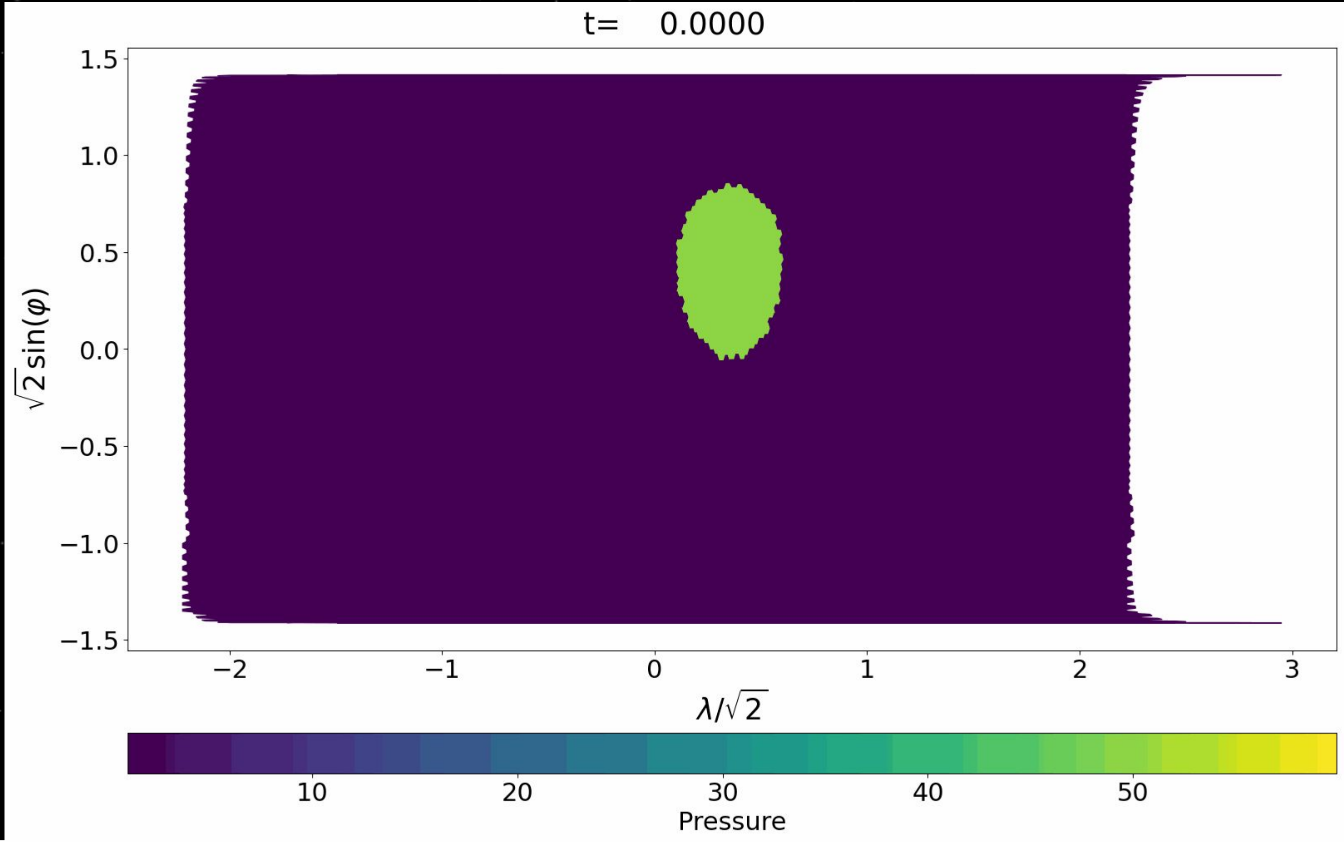
10 оборотов, среднее число Маха = 2.5.
Сетка икосаэдральная: 20480 граней.



Дифференциальное вращение



Распространение ударной волны



Аккреционные тесты. Источники без трения.

Дополнительные источники/стоки: аккреция, выпадение вещества на поверхность, радиационные потери.

$$\begin{cases} \dot{\Sigma} = \dot{\Sigma}_{\text{acc}} + \dot{\Sigma}_{\text{fall}}, \\ \dot{\mathbf{i}} = \dot{\mathbf{i}}_{\text{acc}} + \dot{\mathbf{i}}_{\text{fall}}, \\ \dot{E} = \dot{E}_{\text{acc}} + \dot{E}_{\text{fall}} + \dot{E}_{\text{rad}} \end{cases}$$

$$g_{\text{eff}} = -\frac{GM}{R} + \frac{v_\theta^2 + v_\varphi^2}{2}$$

$$\frac{\beta}{(1-\beta)^{1/4}(1-\beta/2)} = \frac{12}{5}\frac{k}{m}\left(\frac{3}{4}\frac{c}{\sigma_{\text{SB}}} g_{\text{eff}}\Sigma\right)^{1/4}\frac{\Sigma}{E}$$

$$\frac{\beta}{(1-\beta)^{1/4}(1-\beta/2)} \approx \begin{cases} -1 - \frac{1}{\beta-1} & \beta \le \beta_{\text{switch}} \\ \frac{2}{\sqrt[4]{1-\beta}} & \beta > \beta_{\text{switch}} \end{cases}$$

$$\dot{\mathbf{i}}_{\text{acc}} = \dot{\Sigma}_{\text{acc}} \left(\mathbf{r} \times \mathbf{v}_{\text{orb}}\right)$$

$$\dot{E}_{\text{acc}} = \dot{\Sigma}_{\text{acc}} \left(\left(\frac{E}{\Sigma}\right)_{\text{d}} + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_{\text{orb}} - \mathbf{v})^2\right)$$

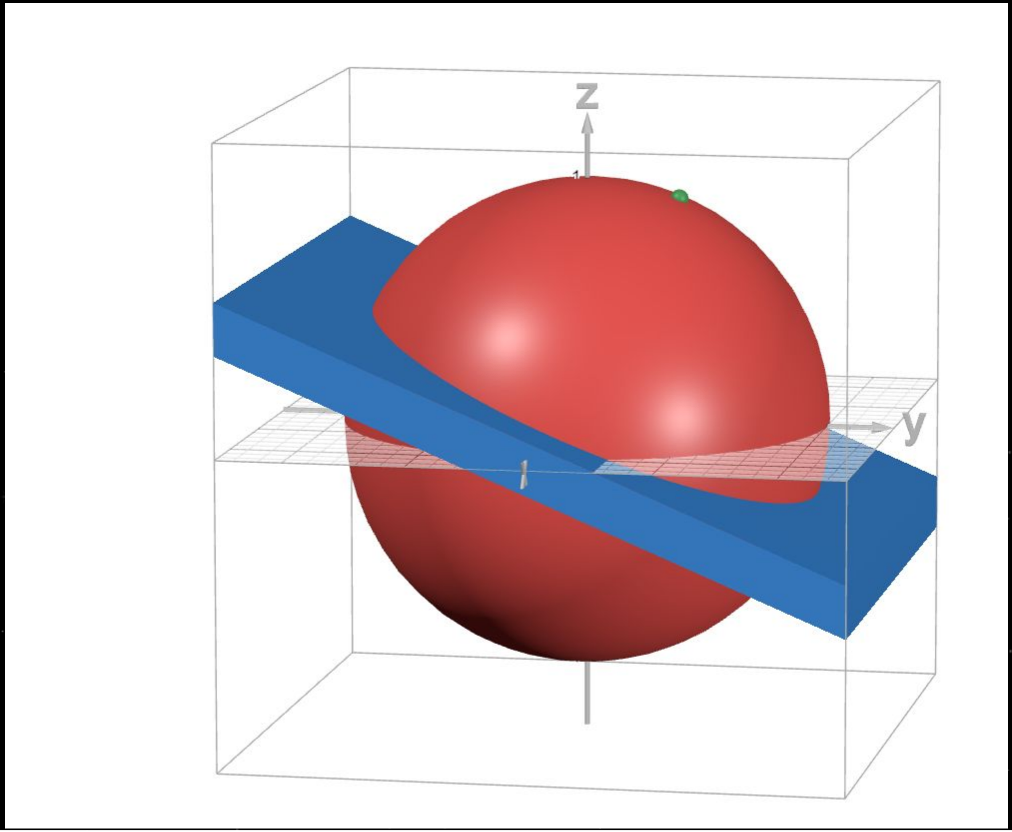
$$\dot{\Sigma}_{\text{fall}} = -C_{\text{fall}}\Sigma$$

$$\dot{\mathbf{i}}_{\text{fall}} = \frac{\mathbf{i}}{\Sigma}\dot{\Sigma}_{\text{fall}}$$

$$\dot{E}_{\text{fall}} = \dot{\Sigma}_{\text{fall}} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{\Gamma}{\Gamma-1}\frac{\Pi}{\Sigma}\right)$$

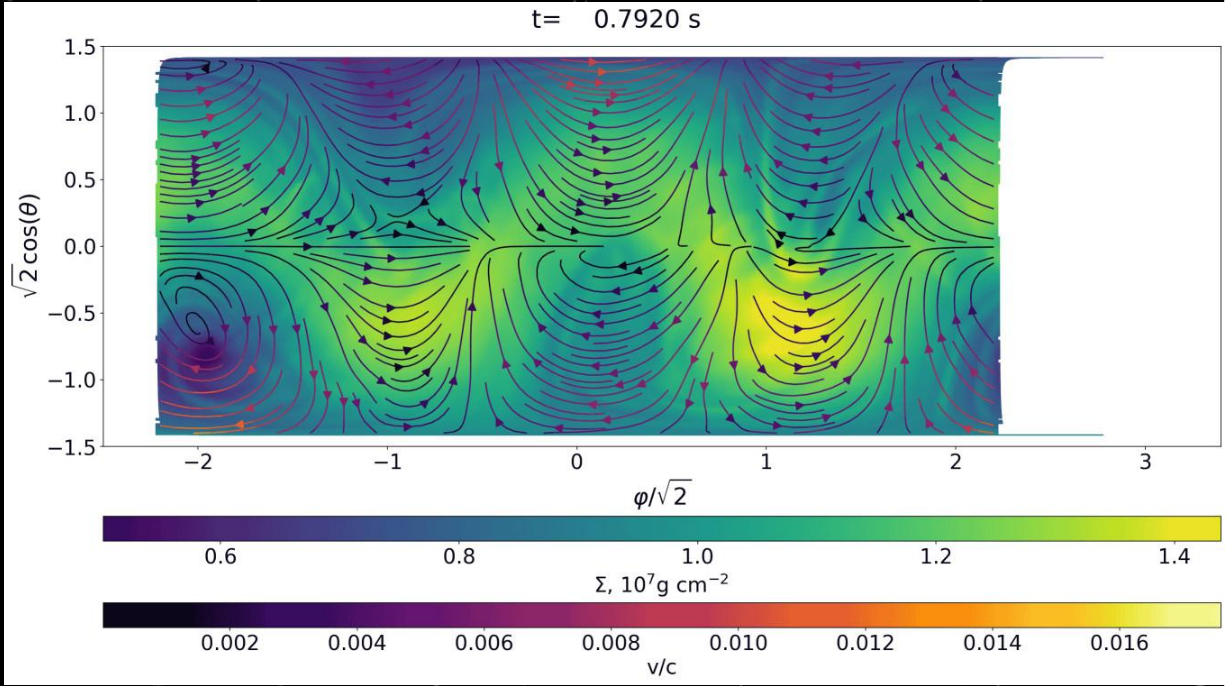
$$\dot{E}_{\text{rad}} = -\frac{c g_{\text{eff}}}{\kappa}(1-\beta)$$

Геометрия аккреции

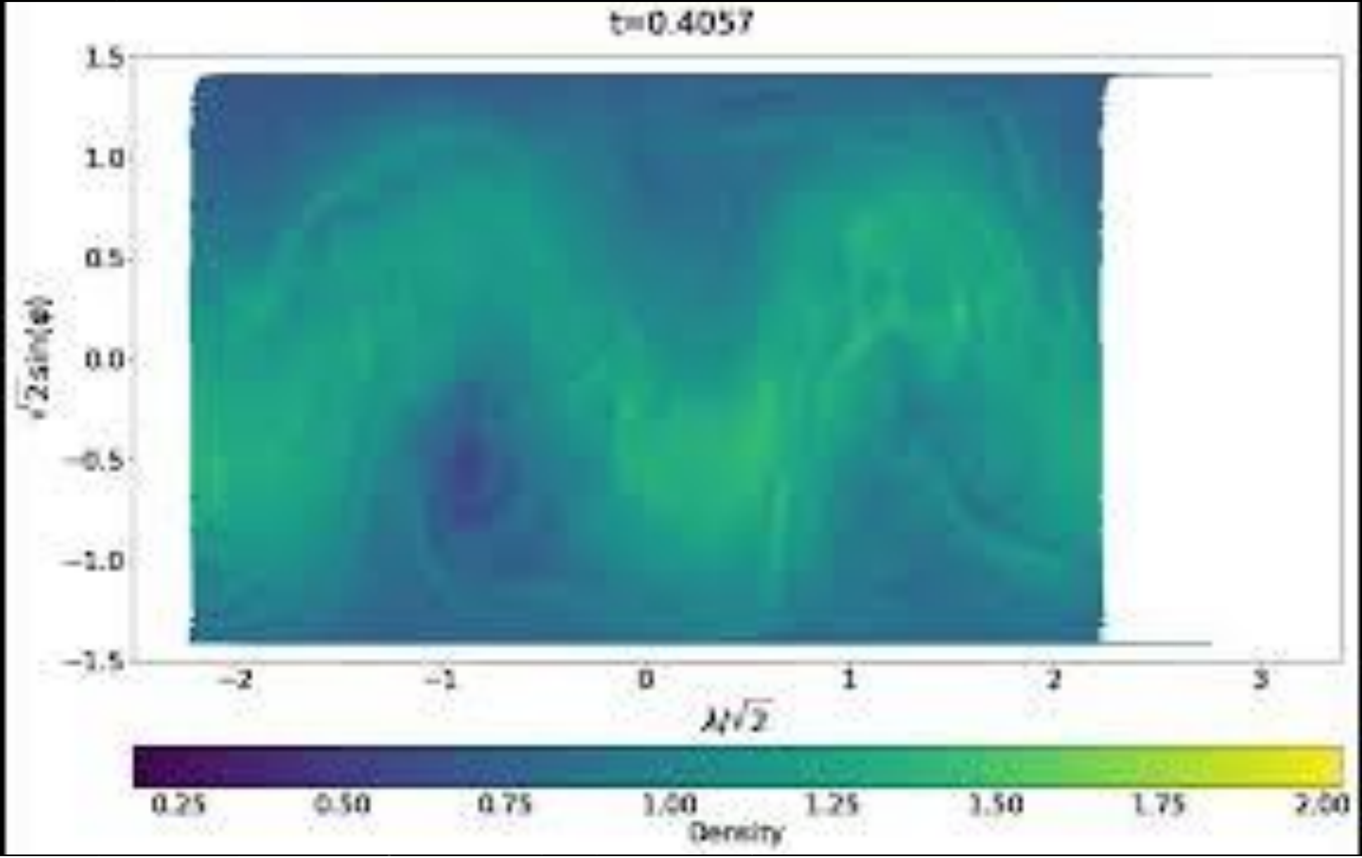


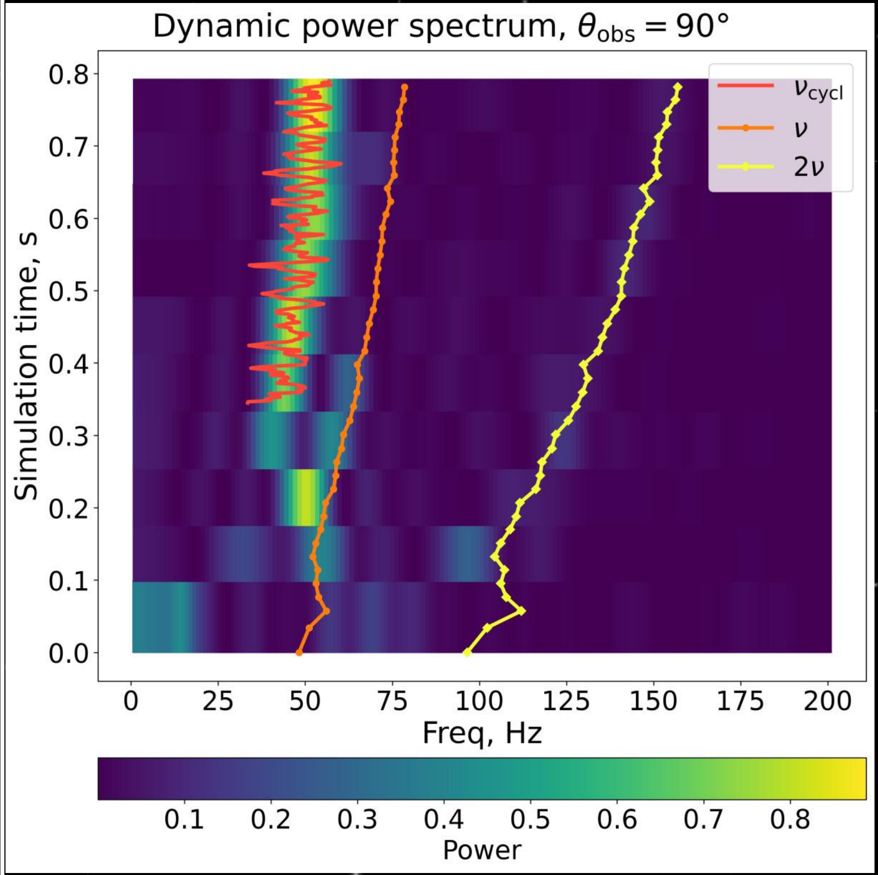
Аккреционный тест

- $\gamma = 4/3$
- $\Gamma = 2 - 1/\gamma = 5/4$
- $R = 10km$
- $V_{eq} = 0.01c$
- $\Sigma_0 = 10^7 g/cm^2$
- $t_{spin} = 0.02s$
- $c_s = 2 \cdot 10^{-3} c$
- $dM/dt = 10^{-8} M_{\odot}/yr$
- $V_{orb} = 0.4c$

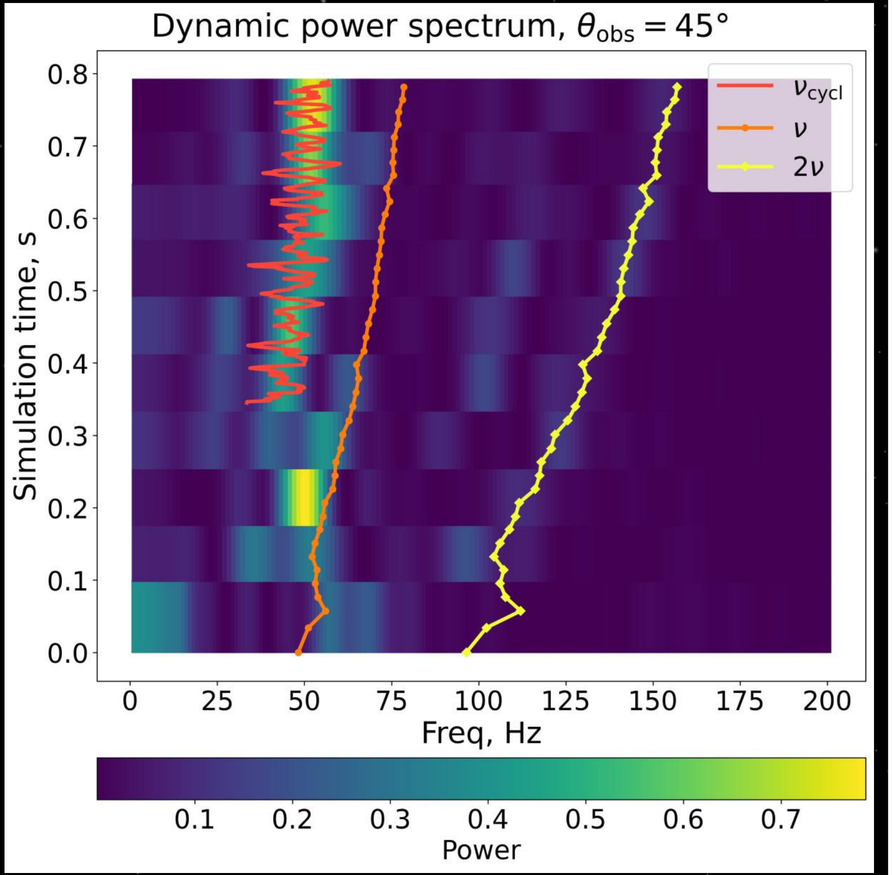


Полная симуляция. Гладкий источник

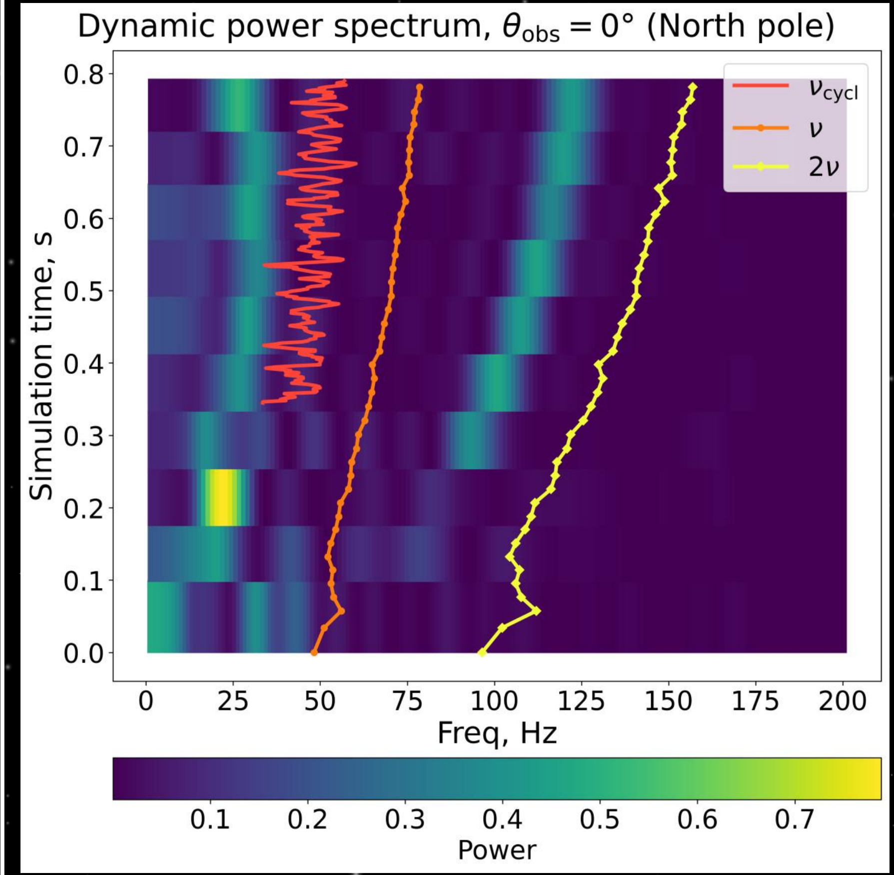


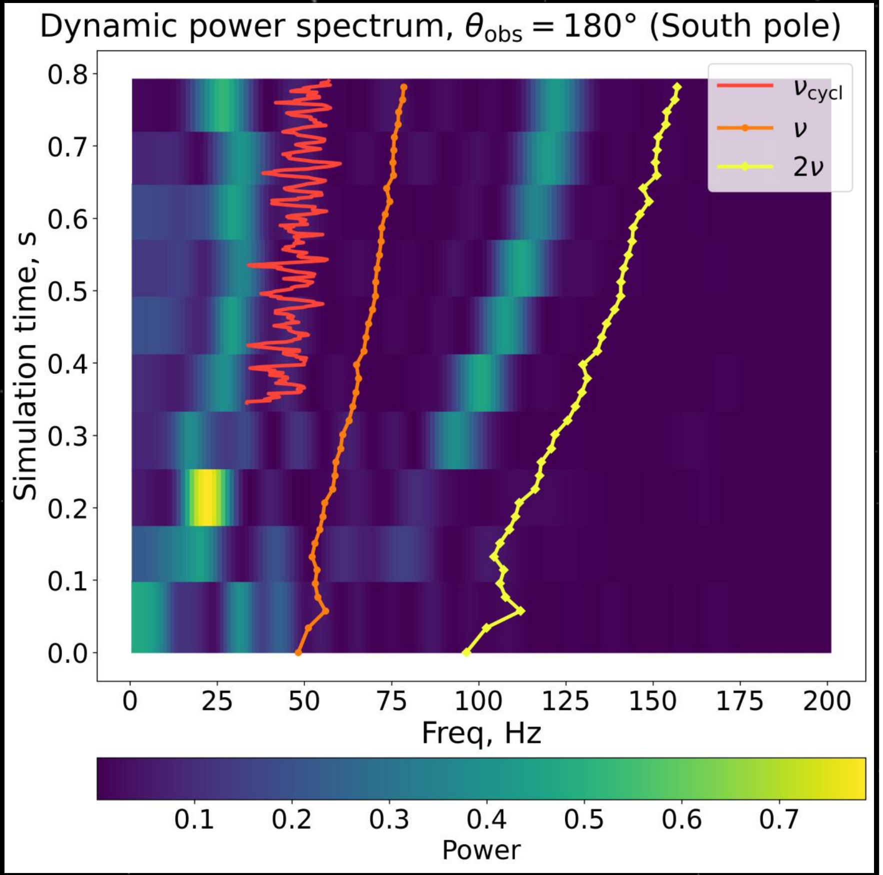


Dynamic power spectrum, $\theta_{\rm obs} = 90°$
Simulation time, s
Freq, Hz
$\nu_{\rm cycl}$
ν
2ν
Power



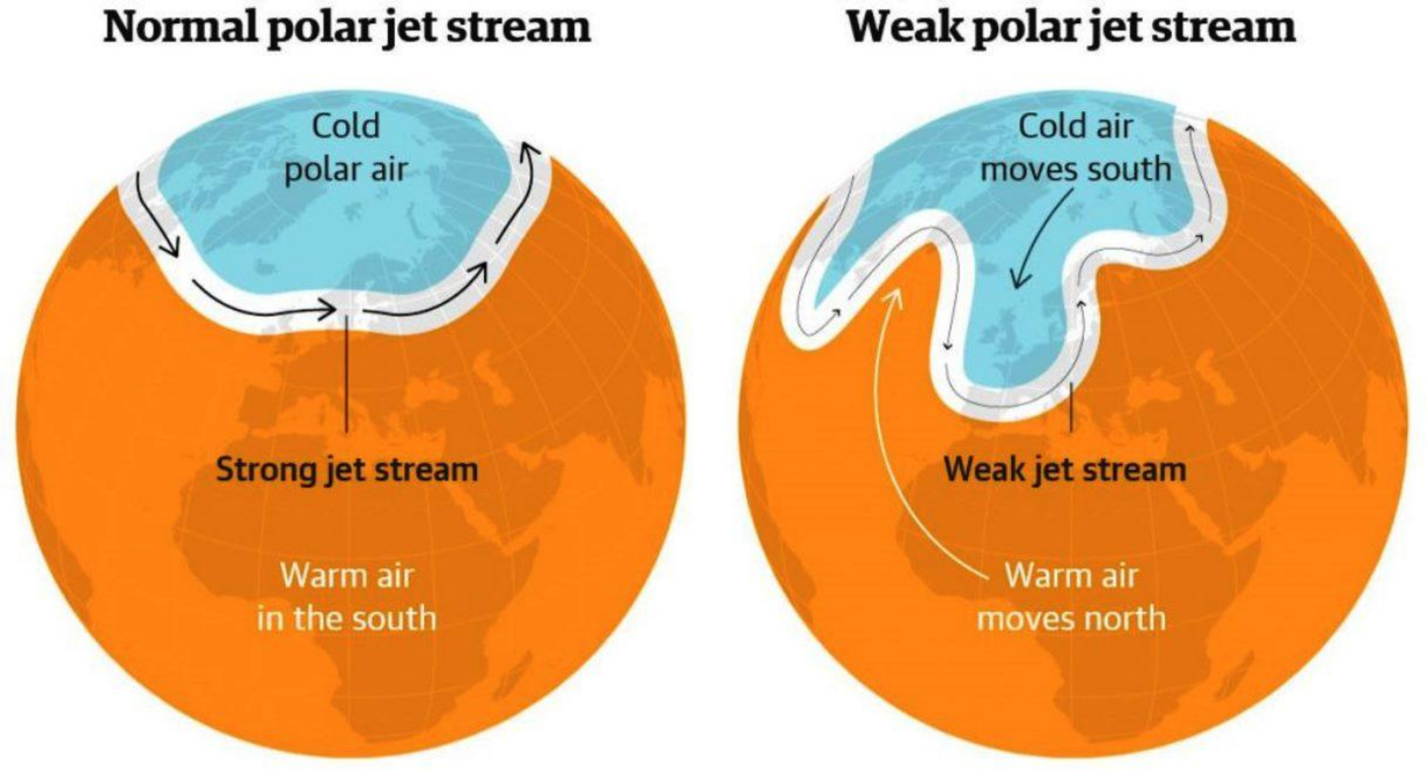
Dynamic power spectrum, $\theta_{\rm obs} = 45°$
Simulation time, s
Freq, Hz
$\nu_{\rm cycl}$
ν
2ν
Power


Dynamic power spectrum, $\theta_{obs} = 0°$ (North pole)
Simulation time, s
Freq, Hz
ν_{cycl}
ν
2ν
Power


Dynamic power spectrum, $\theta_{obs} = 180°$ (South pole)
Simulation time, s
Freq, Hz
ν_{cycl}
ν
2ν
Power

Волны Россби

Изгибы высотных ветров



(Flis, 2020)

Аккреционные тесты. Аккреция с трением IS.

$$\begin{cases} \dot{\Sigma} = \dot{\Sigma}_{\mathrm{acc}} + \dot{\Sigma}_{\mathrm{fall}}, \\ \dot{\mathbf{i}} = \dot{\mathbf{i}}_{\mathrm{acc}} + \dot{\mathbf{i}}_{\mathrm{fall}} + \dot{\mathbf{i}}_{\mathrm{fric}}, \\ \dot{E} = \dot{E}_{\mathrm{acc}} + \dot{E}_{\mathrm{fall}} + \dot{E}_{\mathrm{rad}} + \dot{E}_{\mathrm{spin-up}} \end{cases}$$

Другое выпадение + потери на трение аналогичные таковым в (Inogamov, Sunyaev, 1999)

$$\mathbf{w}_r = -\alpha\rho|\mathbf{v} - \mathbf{v_0}|\,(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)$$

$$\dot{\mathbf{i}}_{\mathrm{fric}} = \mathbf{r} \times \mathbf{w}_r$$

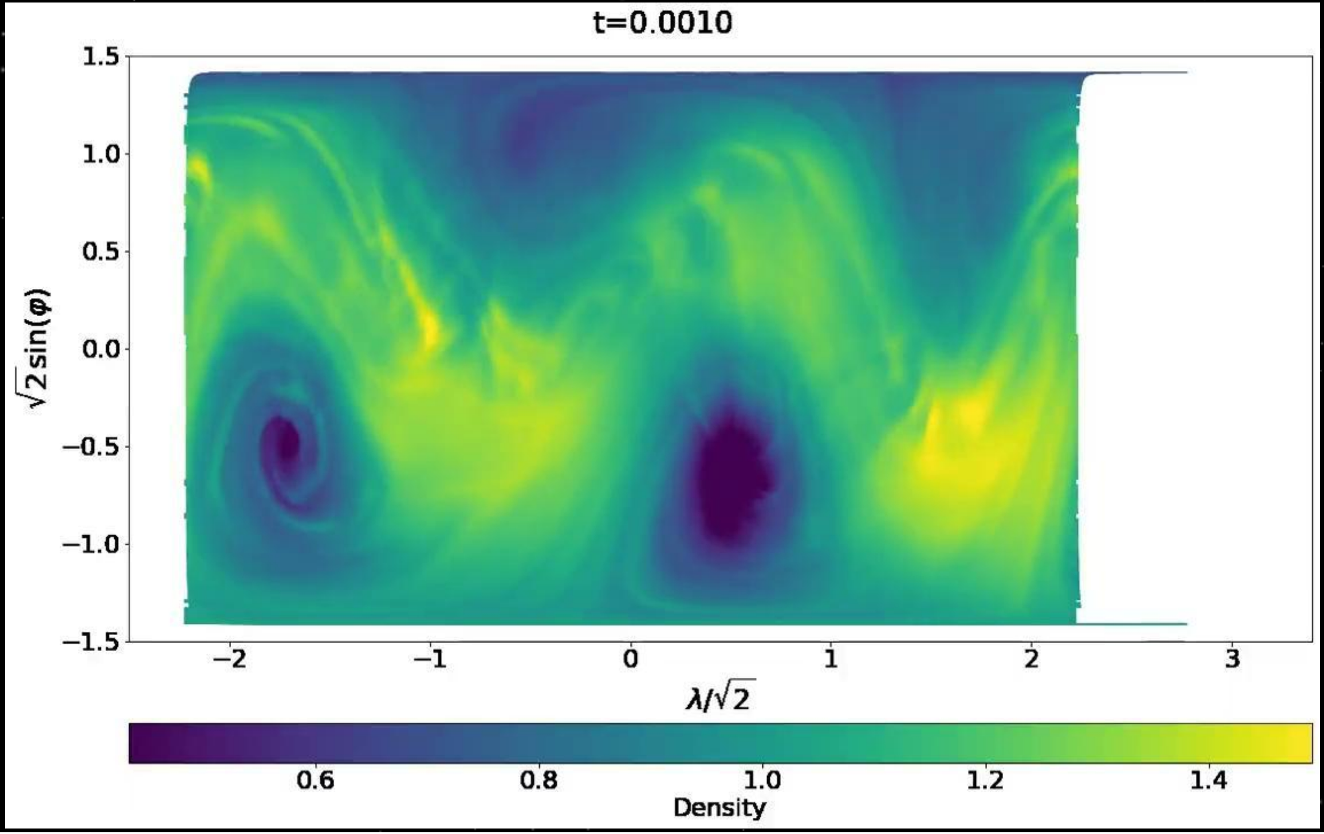
$$\dot{E}_{\mathrm{spin-up}} = -\mathbf{w}_r \cdot \mathbf{v}_0 = \alpha\rho|\mathbf{v} - \mathbf{v_0}|\,(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0 - v_0^2)$$

$$\dot{\Sigma}_{\mathrm{fall}} = -\alpha\rho|\mathbf{v} - \mathbf{v}_0|$$

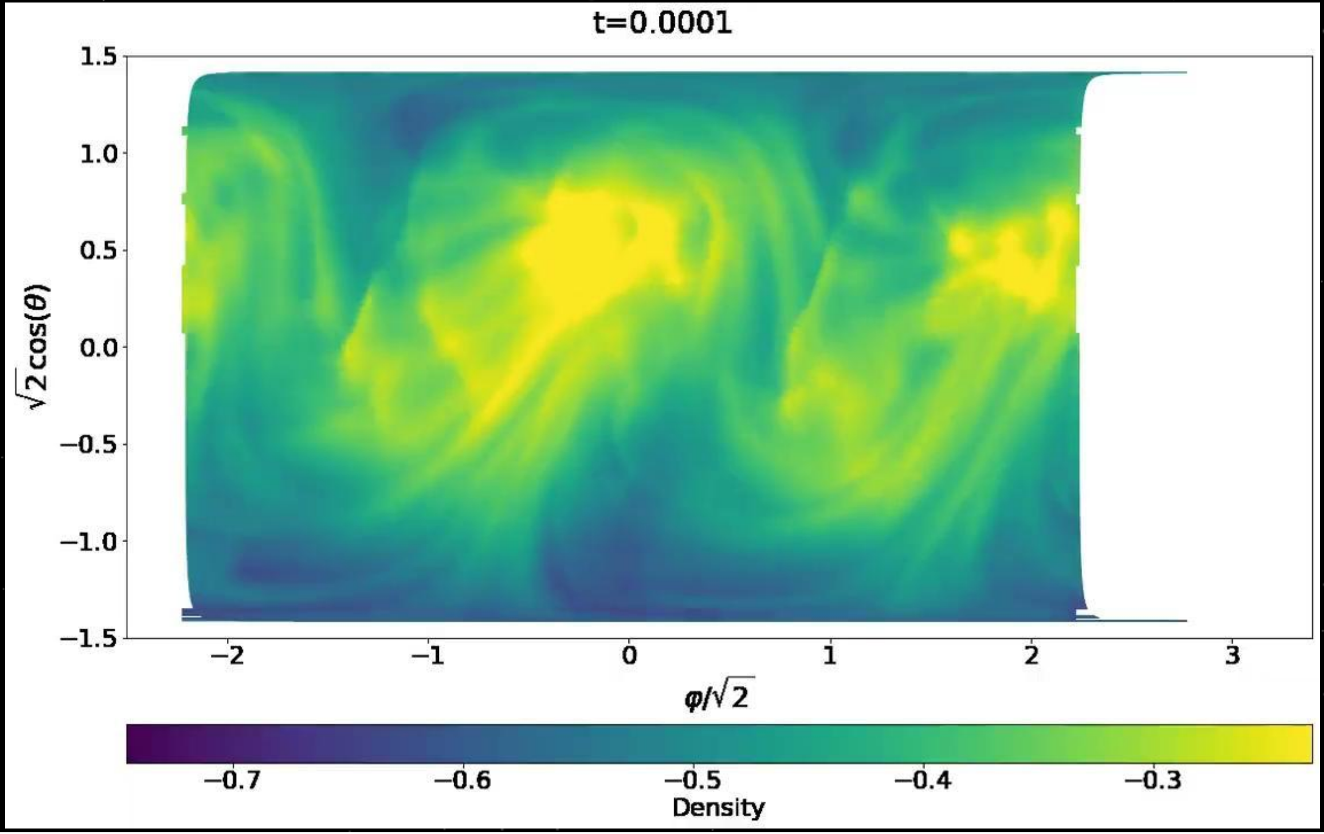
$$\dot{E}_{\mathrm{fall}} = \dot{\Sigma}_{\mathrm{fall}}\,(E + \Pi)\,/\Sigma$$

$$\dot{\mathbf{i}}_{\mathrm{fall}} = \dot{\Sigma}_{\mathrm{fall}}\mathbf{l}/\Sigma$$

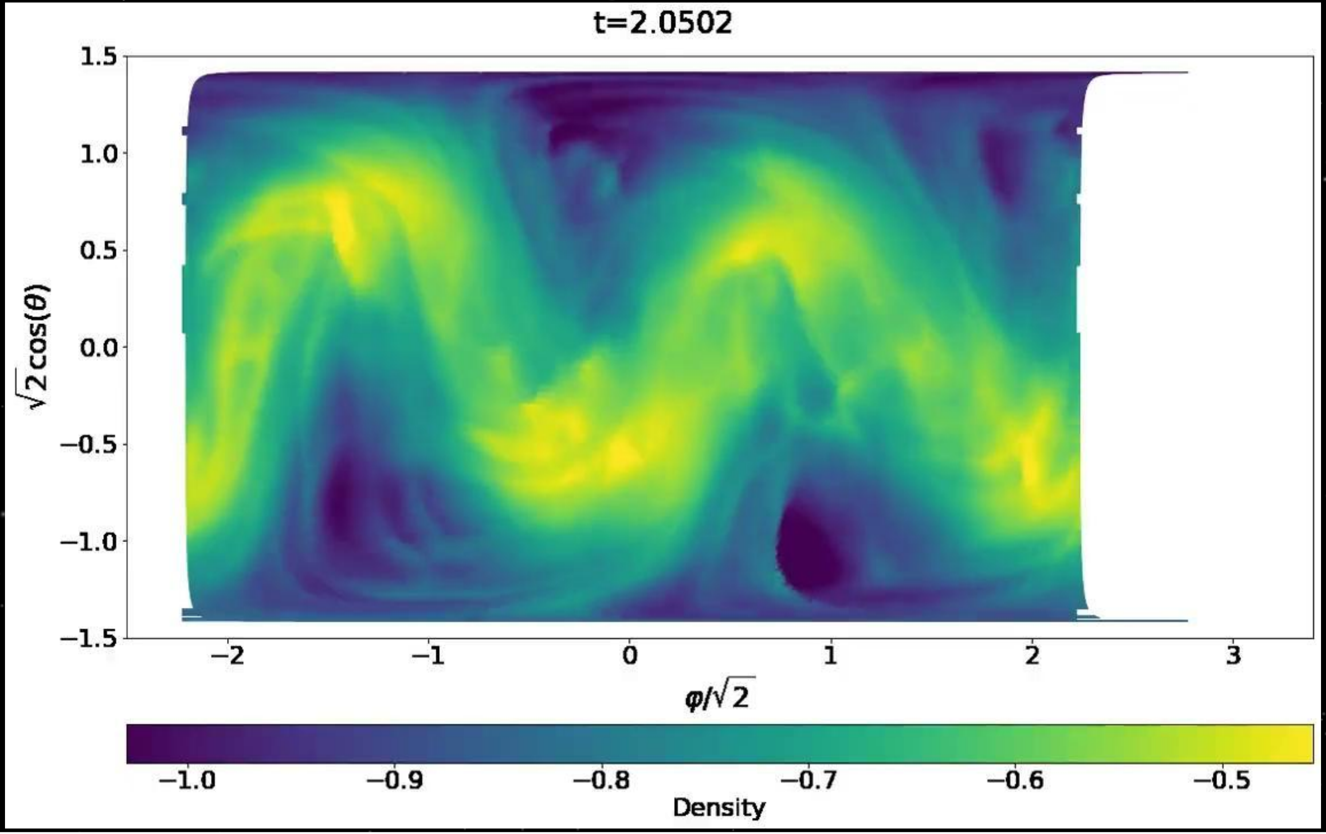
Симуляции с аккрецией и трением.

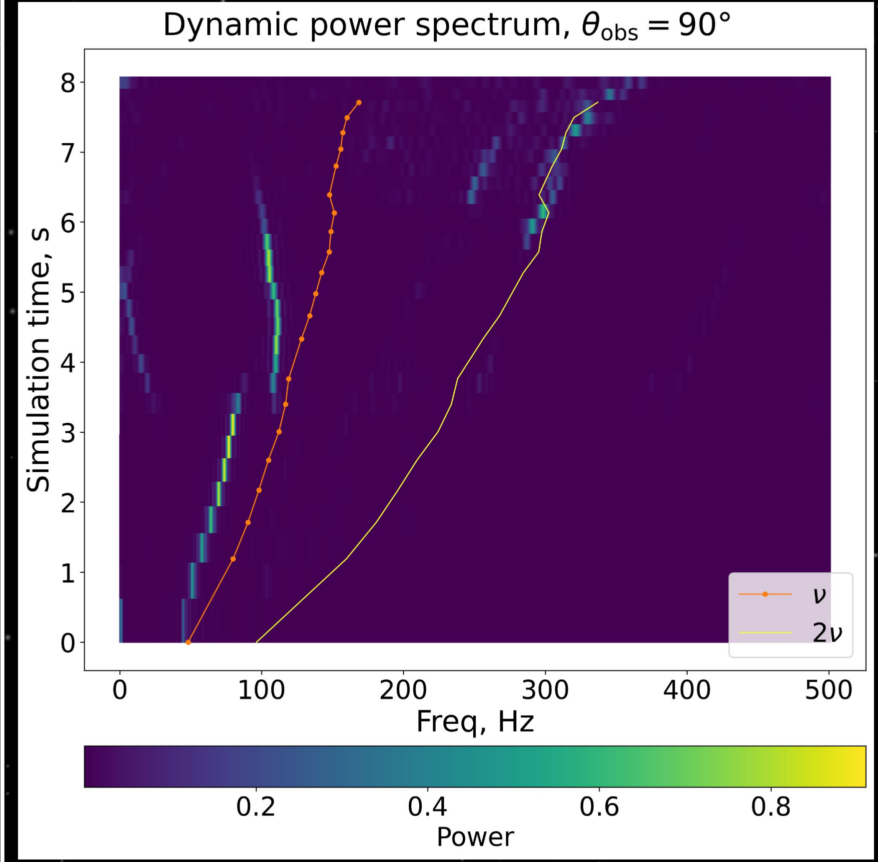


Часть 2, с t=4.0 s

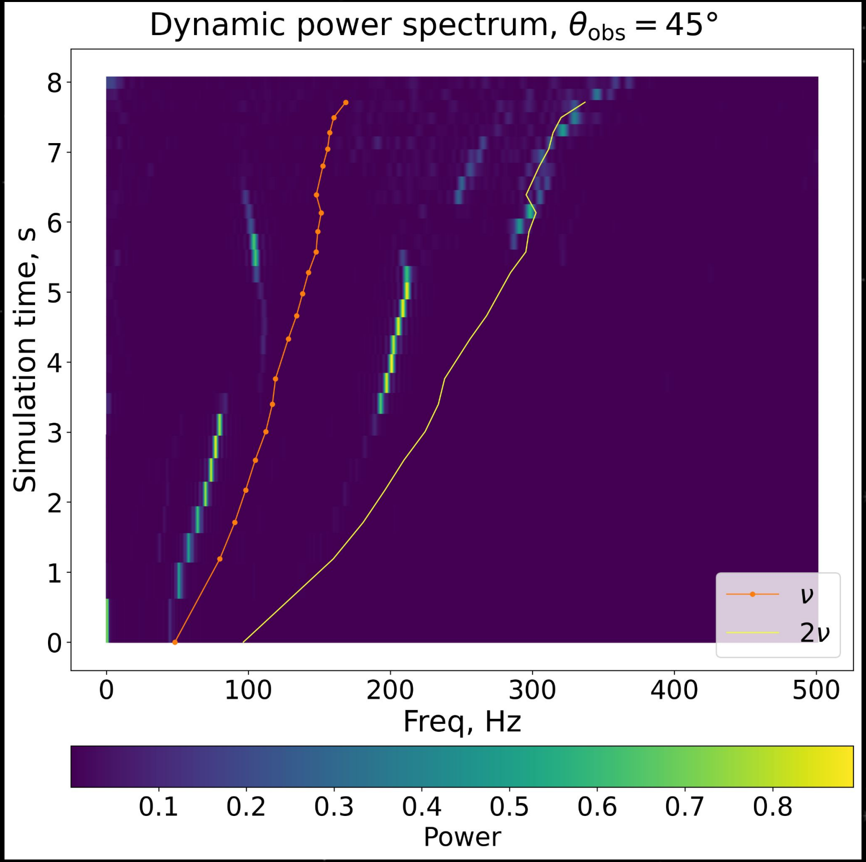


Часть 3, с t=6 s

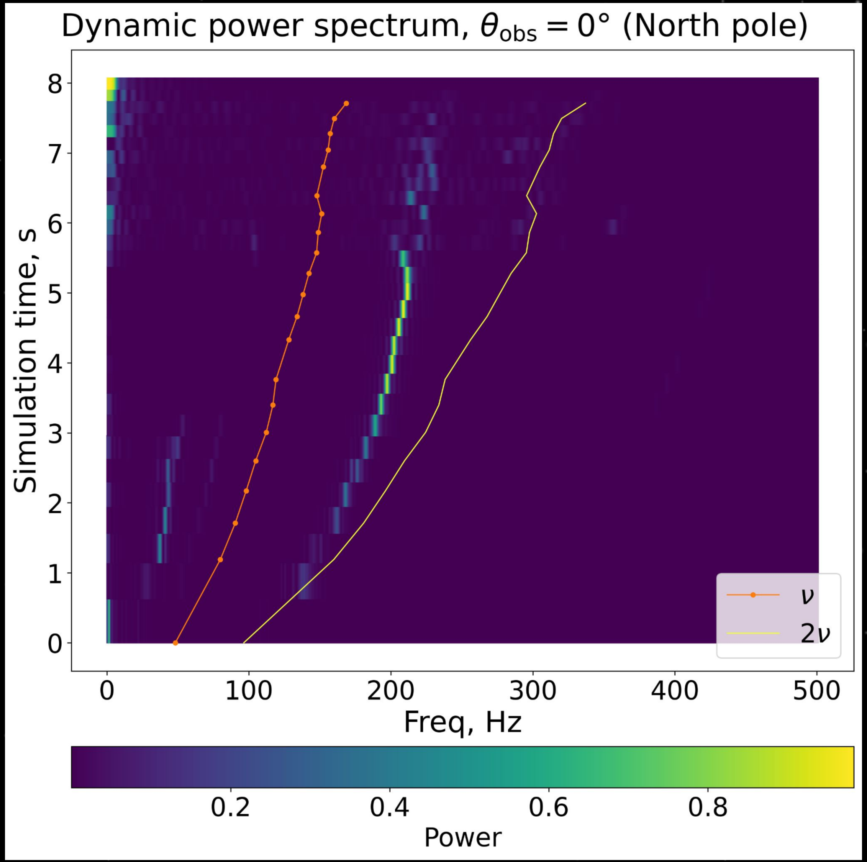
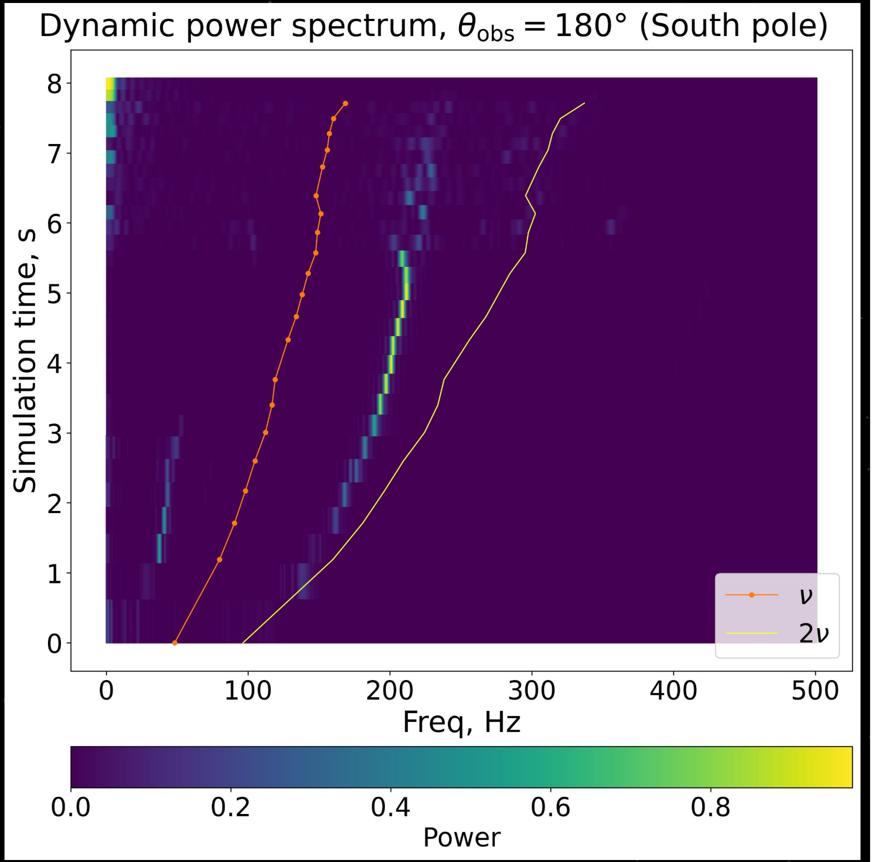

t=2.0502
$\sqrt{2}\cos(\theta)$
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2
−1
0
1
2
3
$\varphi/\sqrt{2}$
−1.0
−0.9
−0.8
−0.7
−0.6
−0.5
Density

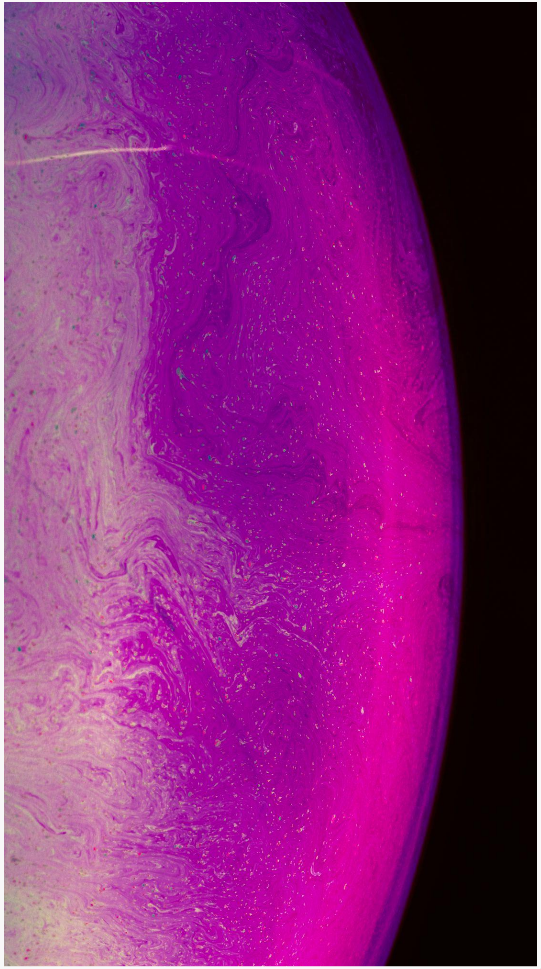


Dynamic power spectrum, $\theta_{\rm obs} = 90°$
Simulation time, s
Freq, Hz
ν
2ν
Power



Dynamic power spectrum, $\theta_{\rm obs} = 45°$
Simulation time, s
Freq, Hz
ν
2ν
Power


Dynamic power spectrum, $\theta_{\mathrm{obs}} = 0°$ (North pole)
Simulation time, s
Freq, Hz
ν
2ν
Power

Dynamic power spectrum, $\theta_{\mathrm{obs}} = 180°$ (South pole)
Simulation time, s
Freq, Hz
ν
2ν
Power



04 Заключение

Планы и потенциал применения.

Заключение

- Улучшения физики и длинные симуляции
- Сравнение результатов
- Релятивистские поправки и ray tracing
- Улучшение производительности, параллелизация (MPI или CUDA)
- Представление результатов
- 3Д версия алгоритма
- Статическое или адаптивное уточнение сетки

Перспективные задачи:

- Моделирование атмосфер
- Потенциальные объекты: переменные звёзды, белые карлики, экзопланеты.

Спасибо за внимание

Задавайте вопросы

https://github.com/TURBOLOSE/MUSCL-scheme-on-spherical-mesh-WIP

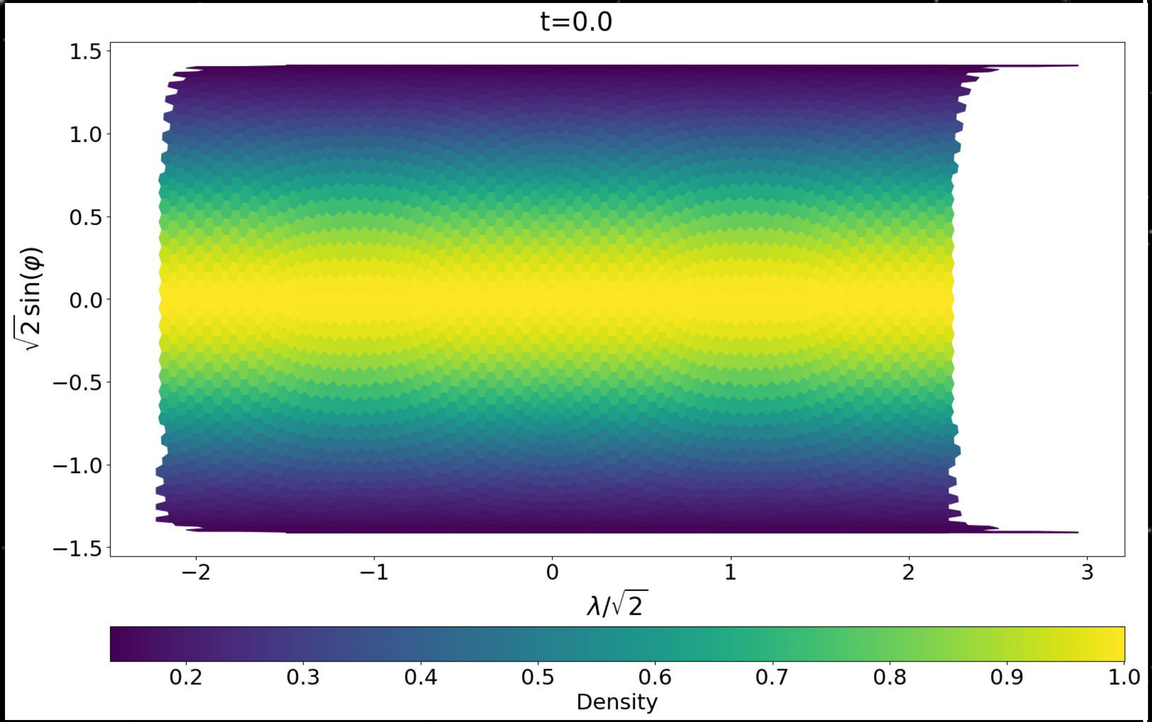
arXiv:2412.00867

- Abolmasov, P., Nättilä, J., & Poutanen, J. 2020, A&A, 638, A142
- Bahramian, A. & Degenaar, N. 2023, in Handbook of X-ray and Gamma-ray Astrophysics, 120
- Bransgrove, A., Levin, Y., & Beloborodov, A. 2018, MNRAS, 473, 2771
- Chen, S., Lin, B., Li, Y., & Yan, C. 2020, SIAM Journal on Scientific Computing, 42, B921
- Gilfanov, M., Revnivtsev, M., & Molkov, S. 2003, A&A, 410, 217
- Ingram, A. R. & Motta, S. E. 2019, New A Rev., 85, 101524
- Inogamov, N. A. & Sunyaev, R. A. 1999, Astronomy Letters, 25, 269
- Inogamov, N. A. & Sunyaev, R. A. 2010, Astronomy Letters, 36, 848
- Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. 1987, Fluid Mechanics
- Papaloizou, J. C. B. & Stanley, G. Q. G. 1986, MNRAS, 220, 593
- Payne, D. J. B. & Melatos, A. 2004, MNRAS, 351, 569
- Shakura, N. I. & Sunyaev, R. A. 1988, Advances in Space Research, 8, 135
- Shu, C.-W. 2020, Acta Numerica, 29, 701–762
- Sieger, D. 2021, Generating Meshes of a Sphere
- Suleimanov, V. & Poutanen, J. 2006, MNRAS, 369, 2036
- Touze, C. L., Murrone, A., & Guillard, H. 2015, Journal of Computational Physics, 284, 389
- van der Klis, M. 2000, ARA&A, 38, 717
- van Leer, B. 1979, Journal of Computational Physics, 32, 101
- Watts, A. L., Andersson, N., Beyer, H., & Schutz, B. F. 2003, MNRAS,342, 1156

Аналитический профиль изотермического твердотельного вращения

$$M = \Omega R / a$$

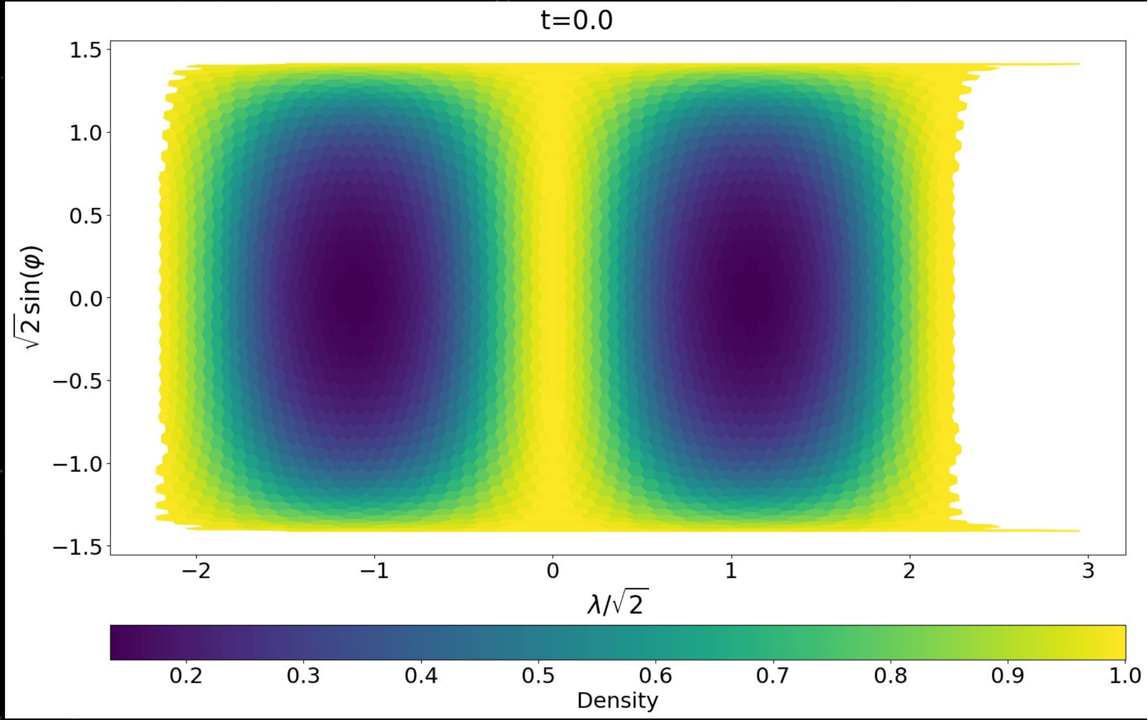
$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{M^2}{2}\sin^2\theta}.$$



Аналитический профиль изотермического твердотельного вращения вокруг другой оси

$$M = \Omega R / a$$

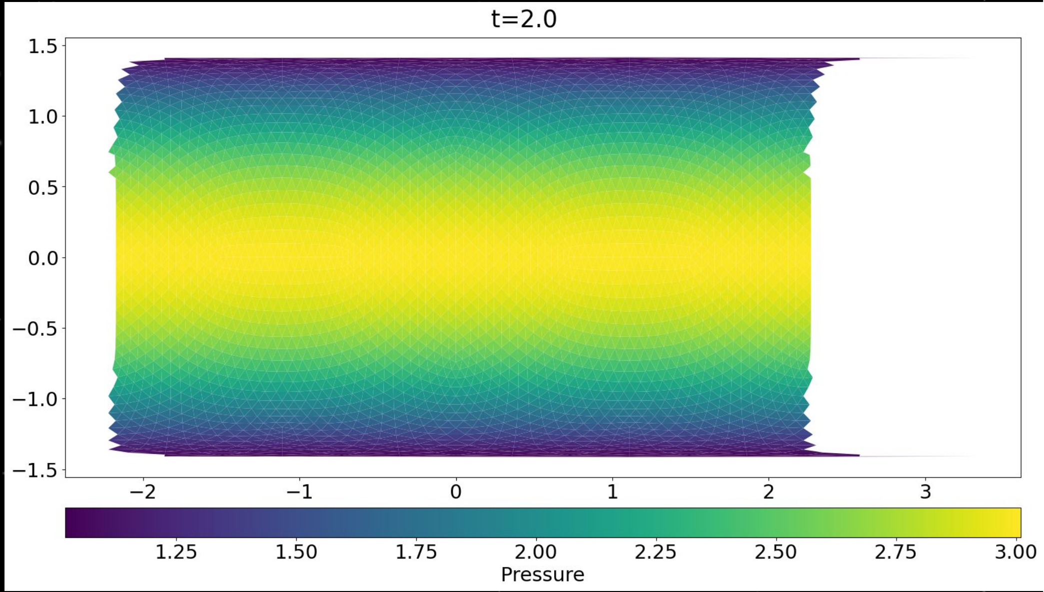
$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{M^2}{2}\sin^2\theta}.$$



Адиабатическое решение с постоянной плотностью

$$\partial_\theta P = -\Omega^2 R \rho \sin\theta \cos\theta$$

$$P = P_{poles} + \frac{\Omega^2 R^2 \rho}{2} \sin^2\theta$$



Энтропийные движения